tiene fo. 30.
y tiene todo este libro fo. 174.

COSIMO BARTOLI GENTIL'HVOMO, ET ACCADEMICO FIORENTINO,

DEL MODO DI MISVRARE

le diſtantie, le ſuperficie, i corpi, le piante, le prouincie, le proſpettiue, & tutte le altre coſe terrene, che poſſono occorrere a gli huomini,

Secondo le uere regole d'Euclide, & de gli altri piu lodati ſcrittori.

IN VENETIA, Per Franceſco Franceſchi Saneſe. 1564.

Con Priuilegio della Illuſtriſsima Signoria
di Venetia, per Anni XV.

NOMI DELLI SCRITTORI, de quali ſi è ſeruito lo Autore in queſta opera.

ORONTIO *Fineo*.
ALBERTO *Durero.*
ARCHIMEDE.
EVCLIDE.
GEMMA *Friſio.*
GIOVAN *Roia.*
GIOVANNI *Stoflerino*.
LEONBATTISTA *Alberti*.
GEORGIO *Perurbachio.*
PIETRO *Appiano*.
PROSPETTIVA *comune*.
TOLOMEO.
VITVLLIONE.
VITRVVIO.

ILLVSTRISSIMO

ET ECCELLENTISSIMO S. IL S. COSIMO DE MEDICI, DVCA DI FIRENZE ET DI SIENA, SIG. ET PATRONE MIO OSSERVANDISSIMO.

QVANTO la Eccell. V. Illust. habbi sempre con il fauorire coloro, che hanno dato opera alle uirtuti, porta occasione a tutti gli huomini di esercitarsi, & nelle arti, & nelle scienzie, non è nessuno, che chiaramente non lo conosca. Veggonsi i frutti del celebratissimo studio Pisano già molti, & molti anni sono, sparsi per tutta Italia. Apparisicono in uarii luoghi per lo Stato di V. E. le lodatissime imprese delle muraglie, delle Sculture, & delle Picture, & di molti altri esercizii, che sono quasi infinite, che dalla honoratissima Scuola de uirtuosi nutritisi, & esercitatisi sotto l'ombra di V. Eccell. Illust.

hanno fatto, & continuamente fanno, non ſolamente honore, & utile al preſente Secolo; ma giouamento, & lume grandiſsimo al futuro. La onde ſi puo faciliſsi-mamente giudicare, che V. Eccell. hauendo conoſciu-to ſino da primi anni, mediante il ſuo purgatiſsimo giu-dizio eſſere uero il detto di Socrate, che ſi come la Igno ranzia, è il ſommo male degli huomini, coſi la Scienzia ſi troua eſſere il ſommo bene, habbi uoluto con hauere in protettione, & amare tutti i uirtuoſi, eſortando, & in-ſtigando quelli, che attendono alle arti, con dar' loro occaſione di mettere in atto le lodeuoli inuenzioni, de belli ingegni loro, & premiando & accarezzando quel-li altri, che Padroni delle ſcienzie, poſſono inſegnan-dole giouare a molti; purgare il mondo dalla ignoran-zia, & riempiendolo di belliſsime arti, & ſacroſante ſcien zie, ridurre gli huomini al ſommo bene. Eſempio ue-ramente di lodatiſsimo & grandiſsimo Prencipe, che immitando il Creatore del tutto ſi ingegni di ſcompar-tire, & per ſe ſteſſo, & per le ſeconde cauſe ancora, piu largamente, & piu uniuerſalmente, che ei puo i doni delle grazie ſue; come inuero ha fatto ſempre per il paſ ſato, & fa continuamente V. Eccell. Illuſtr. alla quale non è baſtato di fare queſto ſolamente con lo eſempio della innocentiſsima, & eſemplariſsima uita ſua; ma con il riconoſcere, & premiare grandemente infiniti Virtuo ſi, ſeruendoſi di loro come di tante membra, o mani qua ſi come poche fuſsino le proprie, & particulari conceſſe a V. Eccell. Illuſt. dalla Natura, per ſpargere piu uni-uerſalmente, & piu largamente per tutto i doni delle

arti,

arti,& delle Scienzie,ſecondo il magnanimo,& alto con cetto di quella. Le quali coſe conoſciute da molti ſono ſtate cagione, che molti ancora ſi ſiano lodeuolmente eſercitati in uarie ſorte di ſtudii, penſando non tanto di uolere(nel cercare di giouare a molti)procacciarſi qual che Fama, quanto che ſatisfare per quanto erano le for ze loro a V. Eccell. Illuſt. Infra i quali trouandomi io eſſere uno, ancor che minimo, confeſſo largamente, & nelle altre paſſate fatiche degli ſtudii miei, già per l'ad dietro dedicate a V. Eccell. Illuſt. & in queſte ancora, hauere deſiderato grandemente, & deſiderare hor piu che mai di ſodisfarle. Ilche ſe mi ſarà riuſcito nello ha uere condotto in queſta lingua i piu facili, & certi mo di, da potere con uere regole, & ragioni miſurare qual ſi uoglia coſa grande,o piccola di qual ſi ſia lontananza, altezza, larghezza, profondità, ſuperficie, forma,o cor po, uicina, o lontana, potendo, o non potendo auicinar ſele, che poſſa occorrere al Genere humano; laſcierò giudicare a V. Eccell. Illuſt. la quale prego deuotiſsi mamente, che accettando queſte mie fatiche, ſi degni al cuna uolta ricordarſi di me, come di fedeliſsimo, non meno che affezionatiſsimo ſeruo di Quella, alla quale noſtro Signore Dio conceda ſempre quel che piu deſi dera. Di V. Eccell. Illuſt. il di 10. di Agoſto del 1559.

Affezionatiſsimo Seruitore.

Coſimo Bartoli.

FRANCESCO FRANCESCHI SANESE

A' BENIGNI LETTORI.

RDENTISSIMO *è ſtato ſempre il deſiderio mio di mandar' alla ſtampa coſe, che non ſolamente dilettino, ma che giouino ancora. La onde eſſendomiſi porta occaſione di potere ſtampar' i modi delle Miſure di M. Coſimo Bartoli, giudicandole non meno diletteuoli, o vtili, che neceſſarie, mi è parſo dare queſta ſatisfattione, non tanto alla naturale mia intentione, quanto a coloro, che dilettandoſi de gli ſtudij delle buone arti, aſpettano che continouamente le ſcientie eſchino con quelle miglior regole, & maggiore facilità, che deſiderare ſi poſsino, in queſta lingua. Parte delle quali, credo che vedranno in queſti ſcritti coloro, che dilettandoſi delle Matematiche, li leggeranno accuratamente. Godeteui adunque delle preſenti fatiche, o ſtudioſi, mentre che io procurerò di farui parte di alcune altre opere non meno diletteuoli, che vtili, lequali io ſpero in breue, per benignità de belli ingegni, che in eſſe continouamente ſi affaticano, di porre in luce.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO PRIMO.

Proemio, ouero intentione dello Autore. Cap. I.

ELLO esaminare le cose delle misure, infra molte, che me ne occorsono, & che mi paruono vtili, & necessarie, come che molte mi se ne offerissero, che io giudicassi, che potessero arrecare non solamente diletto, ma giouamento, & vtilità non piccola al genere humano, quattro furono le principali. La prima fu il misurare delle distanzie, che in qual si voglia modo ci potessino occorrere, o per larghezza, o per lunghezza, o per altezza, o per profondità. La seconda il misurare qual si voglia sorte di superficie, o di piano. La terza il misurare de corpi, cosi regolari, come inregolari. et la quarta il misurare vna Prouincia di 400. o 500. miglia per lunghezza, & per larghezza da poterla disegnare in piano, con le sue Città principali, Terre, Castella, Porti, Fiumi, Liti, & altre cose di essa piu notabili. Et però nel primo libro seguendo lo ordine dello Orontio (non mi sottomettendo però in tutto alla traduttione) deliberai di trattare delle distanzie. Nel secondo delle superficie,

o uogliamo dire de piani. Nel terzo de corpi. Nel quarto, seguendo Gemma Frisio, & altri mi parue di trattare del modo da descriuere le Prouincie in piano. Et se ben quanto alla pratica della Geometria mi pareua che questi quattro libri fußino a bastanza, conciosia che non poteua occorrere cosa alcuna, a qual si uoglia persona, che con queste regole non si potesse, o misurare, o ritrouare. Nondimeno atteso che io mi ero ingegnato seguendo lo ordine de piu lodati scrittori di prouare con ragioni le misure che si descriuono, & nel prouarle allegando gran parte delle dimande, & de concetti, & delle proposte di Euclide, come che dette misure si siano tutte da lui con fondamento cauate; mi deliberai di non fuggire la fatica di mettere in questa lingua, quelle parti di loro, che per le pruoue si erano citate: accioche qual si uoleßi curioso ingegno, poteßi mediante questi miei scritti, satisfarsi nel uedere in fonte il uero delle cose trattate. Aggiunsi adunque alli primi quattro libri il quinto, doue sono non solamente le dimande, i concetti, & le proposte, citate nelle dimostrationi per pruoue, ma quelle ancora che da loro dependono, chiamando spesso l'una l'altra, come ben sanno coloro, che dilettandosi di Euclide, lo hanno spesso per le mani. Pareuami ueramente questo quinto libro necessario, nondimeno stetti piu uolte con lo animo sospeso, se io doueuo aggiugnerlo a questi miei scritti, o pur lasciarlo indietro, peroche essendoci Euclide come molti sanno tradotto, mi pareua una fatica con poca mia satisfattione, & forse di altri. Ma due cose finalmente mi fecero risoluere di arrogerlo a queste mie fatiche; la prima le persuasioni del ualoroso Signore il Capitan Francesco de Medici, non men studioso che affezionato di simili sorte di studij: & la altra la comodità dello uniuersale, perche chi harà questi miei scritti per le mani, potrà senza hauere a portarsi dietro Euclide restare satisfatto del tutto, per quanto occorre

a dette

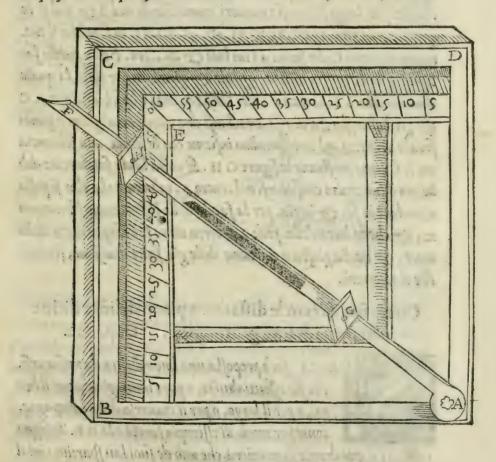
a dette misure. Paruemi ancora molto utile, & di giouamento non piccolo lo arrogerci il sesto libro, & mettere in esso le regole del cauare le radici, cosi quadrate, come cubiche; che in molti luoghi sono necessarie a uoler ritrouare, o cauare le misure, che ne tre primi libri si sono trattate. Ne uolli ancora che mi paresi fatica arrogerci in ultimo la regola delle quattro proporzionali, cioè delle tre cose, per satisfattione di coloro, che se bene hanno in qualche modo notitia, si come interuiene alla maggior parte de gli huomini, di raccorre, multiplicare, & partire; non hanno però in pratica il modo del cauare di qual si uoglia numero, le radici quadrate, o cubiche; nè di ritrouare mediante i tre termini, o numeri noti, il quarto proportionale che fussi loro incognito, o nascoso. Nel descriuere le quali cose essendo io andato principalmente dietro alla utilità, & comodità de gli huomini, piu che a nessuna altra cosa, prego ciascuno, & massimo coloro, che attendendo forse piu alla lingua, che alla utilità dell'arte, o della scienza, riprendono spesso a torto, con loro non molto giudicio, & poca satisfattion di altri, i nomi & le uoci che non paiono loro riceuute dallo uso comune, nè approuate, ma nuoue, che mi sia concesso usare Schianciana per linea a schiancio. Paralella per linea ugualmente distante da una altra, Radice Cubica, & alcune altre uoci simili; riceuute nondimeno, & da moderni, & da gli antichi ancora, come ben sanno coloro, che sono, o nati, o nutriti nella città di Firenze; & che hanno in pratica gli scritti delle cose Matematiche, o Arismetiche delli scrittori nostri antichi, cosi come de moderni: de quali ce ne son pure assai, che per ancora non son uenuti alla stampa. Ma basti questo per hora quanto a tal materia, rimettendomi nondimeno, nel giudicio migliore di tutti coloro, che piu sanno; & che non da malignità, ma dalla uerità della cosa fussino spinti a uolerne riprendere, per beneficio dello uniuersale, al purgato giudicio

to giudicio de quali mi sottometterò sempre, molto uolentieri.

Come si faccia un quadrante instrumento commodissimo per misurare le distanzie. Cap. II.

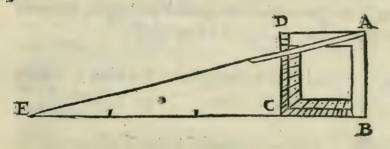
ANCORCHE *le distanzie si possino ritrouare per uarie uie, & mediante diuersi instrumenti, de quali racconteremo parte. Il quadrante nientedimeno è, per queste attioni, instrumento piu di tutti gli altri accomodatissimo; perilche hauendo a seruirci di esso, non mi pare cosa inconueniente, dire con maggior breuità che sarà possibile il modo del farlo. Apparechinsi quattro regoli di alcun legno durissimo, atto non si torcere, & questi si arrechin allarghezza & a grossezza, lauorati diligentissimamente, & lunghi ugualmente, si attestino di maniera insieme, che l'uno con l'altro faccia sempre angolo a squadra; & che le facce loro uenghino a piano. Questi regoli uorrebbono esser lunghi almanco due braccia, acciò nello operare poi ci uenisse la operazione piu giusta. Commessi insieme questi regoli talche faccino un quadro perfetto, scelgasi la faccia piu pulita, & in quella si tiri una linea diritta da tutte quattro le facce, che sia non molto lontana dal canto uiuo di fuori, & in su le cantonate doue queste linee si congiungono insieme scriuasi* A B C D, *ricordandoci che dette linee debbon ugualmente discostarsi dal canto uiuo da per tutto; Posto dipoi un regolo dal punto* A *al punto* C *tirisi una linea a schiancio che sia* C E, *a ciascun de lati poi* A B & C D *si tirino ancora tre linee paralelle, le quali uadino a riscontrarsi nella già tirata schianciana* C E, *& che insieme con le* B C & C D *lascino tre interualli talmente proportionati fra loro, che l'uno sia sempre per il doppio piu largo che l'altro. Diuidinsi dipoi ciascun di questi lati,*

secondo

secondo la loro lunghezza in dodici parti uguali, & tenendo una testa del regolo sempre ferma al punto A, *traportandolo con l'altra a tutti i punti delle diuisioni, tirinsi da detti punti alcune lineette infra detti tre interualli, a schiancio che sieno paralelle alla* C E, *& che non passino le linee* B C *&* C D, *&* *ciascuna di esse dodici parti dipoi si ridiuiua in cinque parti uguali, & da detti punti tirinsi le diuisioni come l'altre, ma che intraprendino a punto duoi interualli. Et in questo modo qual si è l'uno de lati,* B C *&* C D *sarà diuiso in* 60.

parti percioche 5.uie 12.o 12.uie 5. fa 60. Potraßi ancora ridiuidere l'ultimo interuallo, cioè il piu di fuori, che è il piu strett⁰ in due parti uguali, & ciascuna di esse sarà.30. minuti di un grado, ouero ciascuna delle.60.in.3.parti uguali & ciascuna di esse sarà.20.minuti: o in.4. & ciascuna sarà.15. minuti. Et cosi si potrà ridiuidere successiuamente in quante parti noi uorremo qual si è l'una di dette parti secondo ci piacerà, o che tornerà commodo alla grãdezza dello instrumento. Infra il primo interuallo dell'uno & dell'altro lato, cioè nel piu largo scriuinsi i numeri cominciando dal B *& dal* D *in questo modo 5.10.15.20.25.30.35.40. 45. 50. 55. 60. talche il 60. uenga al punto* C *che serua a l'un lato & all'altro. Fatto questo faccisi una linda che sia diritta, uguale, & piana da per tutto, la quale chiameremo* A F, *almanco tanto lunga quanto è la schianciana* A C *& per la lunghezza di essa attachinsi due mire che uẽghino a punto forate nel mezo & corrispondino insieme con la linda, alla schianciana* A C *come mostrano le figure* G H. *Questa linda finalmente debbe con il suo centro conficcarsi nel centro* A, *talmente che ella si possa mandare in su, & in giu, per la faccia dello instrumento liberamente, & che la linea della fede* A F *corra come si disse per mezo delle mire, & uadia giusta a ciascuna delle già fatte diuisioni, secondo che ci occorrerà.*

Come si misurino le distantie a piano di linee diritte con il quadrante geometrico. Cap. III.

SE CI *sarà proposta una linea diritta da misurarsi, che sia essenzialmẽte, o pure immaginata per il lungo, o per il largo, o per il trauerso della campagna, come per modo di essempio sarebbe la* B E. *Bisogna collocare il quadrante di maniera, che uno de suoi lati spartito, cioè il lato*

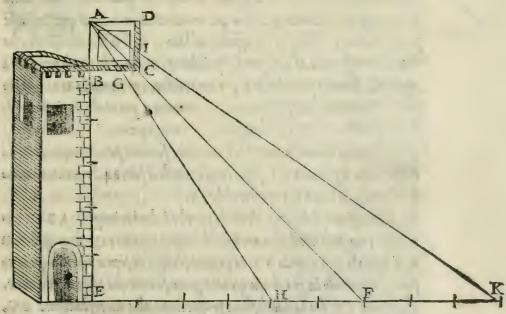
lato B C *uenga ſopra il piano per lo lungo; & al diritto della propoſtaci linea* B E *& che il* B *ſia a punto al principio della linea che ſi harà da miſurare; & l'una, & l'altra faccia del quadrante* A B, *&* C D, *ſtia a piombo ſopra il piano. Pongaſi dipoi l'occhio al punto* A *& abbaſsiſi, o alziſi la linda talmente, che paſſando la ueduta per amendue le mire arriui alla fine della propoſtaci linea* E. *Fatto queſto notiſi doue la linda* A F *batta nel lato* C D*: che per modo di eſſempio diremo che batta nel punto* F. *Se la interſecatione* D F *ſarà* 15. *di quelle parti uguali, che tutta la* C D *uguale ad eſſa* A D, *è* 60. *perche* 60. *corriſponde per quattro tanti al* 15. *La propoſtaci linea* B E *ſarà lunga per quattro uolte eſſo lato* A B. *Adunque ſe il lato* A B *ſarà un braccio; la propoſtaci linea* B E *ſarà quattro braccia ſimili.*

Per dimoſtratione delle coſe dette, egli è chiaro che i duoi triangoli A B E, *&* A D F *ſono di angoli uguali; concioſiache lo angolo* A E B *è uguale allo altro angolo* D A F *ſecondo che ſi proua per la uentinoueſima del primo di Euclide; concioſia che la linea diritta* A E *taglia a trauerſo le due* A D *&* B E *che ſono paralelle. Lo angolo* B A E *ancora è uguale allo angolo* A F D *ſecondo la uëtinoueſima del primo. Peroche la* A F *pare che di nuouo tagli a trauerſo le paralelle* A B *&* C D. *Lo altro angolo medeſimamente* A B E *è pure uguale*

uguale all'altro A D F, *conciosia che l'uno, & l'altro è a squadra, o uogliamo dire retto. Et tutti gli angoli a squadra, o uogliamo dire retti, sono infra di loro, secondo la quarta petizione, o uogliasi dire dimanda di Euclide, uguali. Adunque i detti triangoli* A B E, *&* A D F *sono di angoli uguali. Et de triangoli di angoli uguali sono proporzionali quei lati, che sono intorno a gli angoli uguali: & quelle corde, o lati, che sono rincontro a gli angoli uguali, o uogliamo dir' sotto, sono nella medesima proportione secondo la quarta del sesto di Euclide. In quella medesima proportione adunque che corrisponderà la linea* A D, *alla* D E, *corrisponderà ancora la propostaci linea* E B *al lato* A B. *Questa dimostratione è bene, che si noti diligentemente: perche giouerà molto, a farne intendere le altre cose, che si hanno a trattare; conciosia che hauendo a prouare molte cose, mediante la corrispondentia della ugualità delli angoli, non uorrei esser' molesto con hauerlo a replicare troppo spesso.*

Come ritrouandosi in un luogo alto si misuri una linea diritta posta in piano. Cap. IIII.

SE SI uorrà trouandosi in cima di alcuna torre, o a qualche finestra di qual si uoglia edifizio, posta sopra di una grã piazza, o sopra una campagna aperta, misurare una linea, che si uedesse a dirittura adiacere in terra, nel medesimo piano, disopra del quale la muraglia del detto edifizio, o torre si rilieua con angoli retti, o a squadra: faremo in questo modo. Diciamo, che la ritta torre sia B E: *& la linea propostaci* E F, *ouero* E H, *o pure* E K, *l'altezza della quale stando ad alto al* B *si habbia a misurare con il quadrante* Geometrico. *Accomodisi il lato* A B *del quadrante per lo lungo; & per il ritto di essa* B E,

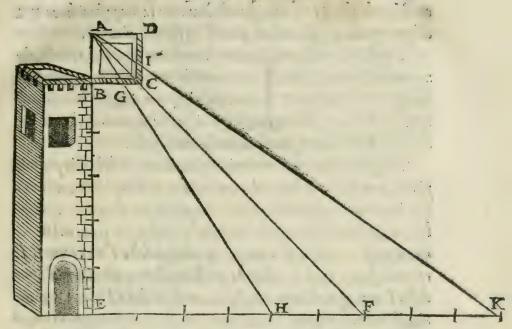
in

in maniera che A B, *&* B E *diuentando una linea sola, che sia* A E, *caschi a piombo sopra il piano detto, che sia* E H F K. *Posto di=poi l'occhio al punto* A, *alzisi, o abassisi la linda fino a che la ueduta correndo per amendue le mire, arriui alla fine della propostaci linea. Fatto questo auertiscasi il punto, nel quale batte la linda; la quale è forza che batta, o nel punto* C, *che è il mezo a punto infra il lato* B C, *&* *il lato* C D, *ouero nel lato* B C, *o nel lato* C D, *che altroue non puo battere. Quando ella batterà nel punto* C, *dicesi, che la pro=postaci linea da misurarsi* E F *è uguale alla altezza della torre* E B. *Et per sapere l'altezza della torre si potrà mandare da cima a terra un filo con un piombino, & misurare poi detto filo, il quale se sarà braccia per modo di dire 24. sarà ancora 24 braccia la linea* E F.

La ragione delle cose dette è che i duoi triangoli A B C, *&* A E F *sono di angoli uguali, percioche lo angolo* A B C, *è uguale allo ango=*

B *lo* A E F,

lo A E F, *& medeſimamente lo angolo* A C B *è uguale allo angolo* A F E *ſecondo la già allegata uentinoueſima del primo di Euclide. Et lo angolo* A, *è comune all uno triangolo, & all'altro. Adunque per la medeſima quarta del ſeſto, in quella proportione, che corriſpon de il lato* A B *al lato* B C *corriſponderà la a piombo* A E *alla propoſtaci linea* E F. *Ma i lati* A B *&* B C *ſono fra loro uguali, concioſia che ci ſono lati di un medeſimo quadrato; adunque la* A E *è ancor eſſa uguale alla* E F. *Ma battendo la linda nel lato* B C *come ſarebbe perauentura al punto* G, *& la propoſtaci linea da miſurarſi fuſſe* E H, *è coſa certiſſima, che queſta* E H *propoſtaci è piu corta dalla a piombo* A E, *la quale* A E *ſarà in tale proportione alla* E H, *che è il lato del quadrante* A B *alla parte interſecata* B G. *Biſogna adunque ſapere le diuiſioni de lati del quadrante, che ſiano 60. & la interſecata* B G, *ſia per modo di dire. 40. di queſte ſteſſe parti, che tutto il lato* B C, *uguale al lato* A B, *è 60. auertiſcaſi, che il 60. corriſponde al 40. per ſeſquialtera, cioè per la metà piu; ſarà ancora la linea a piombo* A E *per una uolta, & mezo la* E H. *Miſuriſi dipoi con il filo, & piombino mandato giu dallo* A, *inſino allo* E, *cioè la linea* A E, *& traggaſi poi la terza parte di detta lunghezza* A E, *ce ne rimarrà la* E H. *Come che ſeruaci per eſempio, che la detta linea a piombo* A E *fuſſe, miſurando il filo, 24. braccia, trattone il terzo, la linea* E H *reſterebbe 16.*

La ragione delle coſe dette è, perche i duoi triangoli A B G, *&* A E H *ſono pur medeſimamente di angoli uguali; & lo angolo* A B C, *è uguale allo angolo* A E H *(come ſi diſſe di ſopra) per la qual coſa reſta ſecondo la gia detta quarta propoſitione del ſeſto di Euclide, che il lato* A B *ha la medeſima proportione alla interſecatione* B G, *che ha la* A E, *alla* E H.

Replicaſi la figura per commodità dell'occhio.

Ma se la linea batterà nel lato C D *dicasi, che batta nel punto* I, *& che la linea da misurarsi sia* E K *egli è chiaro, che essa* E K *è maggiore della detta apiombo* A E, *in quella medesima proportione, che il lato* A D *è maggiore della intersecatione* D I *del lato* C D. *Perilche se il* D I *sarà* 40. *di quelle parti stesse, che il lato del quadrante, è* 60. *sarà medesimamente la* A D *in proportione sesquialtera, cioè della metà piu alla intersecatione* D I. *Perche la linea* E K *sarà per una uolta, & mezo la linea a piõbo* A E. *Talche essendo la gia detta linea* A E, 24 *braccia, la* E K *sarà braccia* 36 *simili.*

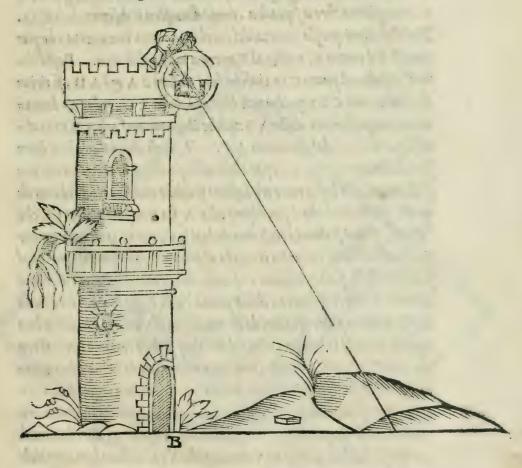
La ragione è, che i duoi trangoli A D I, *&* A E K *sono di angoli ancora essi uguali; perche lo angolo* D A I, *e uguale all'angolo* A K E, *& lo angolo* A I D, *è uguale allo angolo* E A K, *per la medesima uentinouesima del primo di Euclide; & gli angoli* A E K, *&* A D I *sono uguali; percioche ei sono a squadra. Come dunque il lato* A D

corrisponde al D I; *cosi corrisponderà ancora la propostaci linea* E K *alla a piombo* A E *secondo la quarta del sesto di Euclide.*

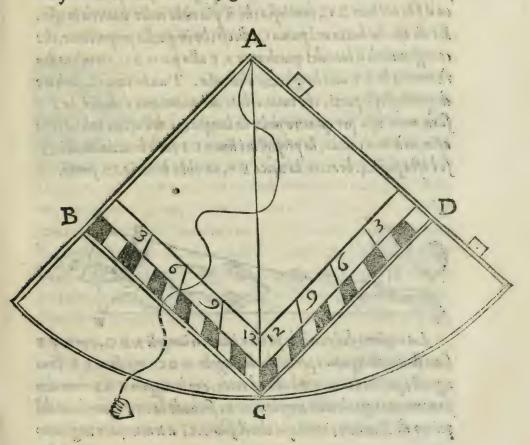
Perilche si uede come si puo misurare una lunghezza simile, che non arriui alla basa della Torre, come la H K, *perche presa la lunghezza* E K; *et poi di* E H, *come si è insegnato, traggasi la* E H, *della* E K, *& harassi la larghezza* H F, *il simile si giudichi di* H K, *& di* F H, *& delle altre simili, in simile modo poste.*

Puossi misurare ancora la medesima linea, o distantia posta in piano, trouandoci in luogo alto con la parte di dietro dello Astrolabio, imperoche ci seruiamo della scala altimetra di detto Astrolabio, in quel medesimo modo che faceuamo di detta scala del nostro quadrante. Misurisi adunque la altezza della Torre come si fece con la fune, dipoi si sospenda per lo anello lo Astrolabio di cima della Torre qual diciamo che sia A, *& il piè della Torre* E, *et dirizzisi la linda al punto* H, *& hauremo già duoi triangoli ad angoli retti uno, cioè* A E H, *& l'altro nella scala dello Astrolabio; de quali il lato* A E *già ci è noto, & è comune a l'uno & a l'altro triangolo, imperoche la* E, *uiene sul piombo della* A, *& lo angolo* E A H *è similmente comune, et glialtri lati loro saranno proportionali a gli altri lati secondo la quarta del sesto d Euclide. Onde in quel modo che corrispõde lo intero lato della scala alle parti intersecate dalla linda, cosi farà la altezza notaci già della Torre, alla* E H *basa del triangolo* A E H. *Et per lo esempio, sia la Torre alta 24 braccia, & la linda interseghi le noue parti della scala, cosi come le dodici parti della scala corrispondono alle noue di detta scala, cosi le 24 della altezza della Torre, corrisponderanno alla distantia* E H, *che uerranno ad essere diciotto braccia. Et se si multiplicheranno le parti intersegate, per la altezza della Torre, & quel che ce ne uerrà si partirà per lo intero lato della scala, da quel numero che ce ne*

resterà

reſterà, haremmo ſubito la diſtãtia E H. *Queſta diſtantia, ſe di nuouo ſi riguarderà, multiplicandola, cioè in ſe ſteſſa, & facendo ancora il ſimile della altezza della Torre, & ponendo poi inſieme l'uno & l'altro di queſti numeri quadrati, faccendone una ſola ſomma, & ſe ne cauerà poi la radice quadrata, haremmo a punto la diſtantia* A H. *Ma per tor uia a chi uorrà operare la fatica di coſi fatto calculo, ſi è poſta nel ſeſto libro quando ſi tratta del modo del cauare le radici de numeri quadrati, una tauola molto commoda.*

Come si faccia il quadrante dentro alla quarta parte di un cerchio. Cap. V.

PIGLISI *un pezzo di bossolo, di auorio, di ottone, o di quale altra materia si uoglia, pur che sia materia salda, & pulita, & in esso disegnisi la quarta parte di un cerchio, con due linee, che terminando detto cerchio seruadino a congiugnere insieme nel centro* A *con angolo retto, o uogliamo dire a squadra, come dimostra il disegno* A B C D. *Diuidasi dipoi questa quarta del cerchio con una linea retta, che partendosi dal centro* A, *uadia al* C *mezo a punto dell'arco. Posto dipoi il regolo nel punto* C *in ciascheduno de lati* B A *&* A D, *si tirino due linee, cioè* C B *ugualmente lontana dalla* A D, *&* C D *lontana pure ugualmente dalla* A B: *talche il quadrato sarà* A B C D *diuiso per il mezo dal diametro* A C. *Tirinsi dipoi due altre linee sotto le linee* B C, *&* C D *paralelle alle gia tirate, dalla parte di uerso il centro, che infra tutte tre lascino fra loro duoi interualli l'uno de quali, quello cioè che è piu uicino alla* A *sia il doppio piu largo, che l'altro. Dipoi si diuida ciascuno de lati* B C, *&* C D *in quattro parti uguali fra loro, & posto il regolo al centro* A, *mouendolo per qual si uoglia delle fatte diuisioni, o punti, tirinsi lineette infra i detti interualli, in uerso il centro, dalla prima, alla terza linea. Ciascuna di esse quattro parti si ridiuida di nuouo in altre tre parti infra loro uguali, tirando le lineette, come delle altre si disse sempre uerso il centro* A *dal* B C, *& dal* C D; *ma che non paßino lo interuallo minore: & sarãno le parti del lato* B C 12, *&* 12 *ancora le del lato* C D. *Mettinuisi dipoi nelli spazi delli interualli maggiori i loro numeri, cominciando da punti* B, *&* D, *andando uerso il* C, *distribuendoli con questo ordine* 3.6.9. 12. *talmente che il* 12. *dell un lato, & dell'altro*

l'altro termini nel punto C. *Puossi nondimeno ridiuidere la duodeci ma parte di qual si uoglia lato, di nuouo in cinque parti uguali, purè che ce lo comporti la grandezza dello instrumento, tanto che ciascun lato di detto sia diuiso in parti.60.come si fece nel quadrante passato. Faccinsi dipoi due mire, forate come si usa, & si commettino per testa della faccia, l'una presso all'* A, *& l'altra presso al* D, *ugualmente distanti, & a dirittura. Attachisi dipoi un filo di seta al centro* A *con un piombinetto da piede, che esca quanto si uoglia della circunferentia, come uedi nel disegno.*

Se ci ſarà propoſta una linea, che la uogliamo miſurare cõ queſto quadrante, faremo in queſto modo. Sia la propoſtaci linea E F, *rizzeremo da una delle teſte propoſteci, una aſta a piombo di una determinata, & a noi nota altezza, o miſura, cioè alla* E, *& ſia* A E, *al termine di ſopra della quale aſta accomodiſi lo angolo del quadrante* A, *alziſi dipoi, o abbaßiſi il quadrante, laſciato andare il filo col piombo libero, doue ei uuole, fino a tanto, che la ueduta dell'occhio, paſſando per amendue le mire, arriui allo altro termine della propoſtaci linea, cioè allo* F. *Fatto queſto conſideriſi, doue batta il filo nel lato* B C, *conciosia che il piu delle uolte batterà in eſſo. Et dicaſi, che batta nel punto* G, *diceſi che in quella proportione, che corriſponderà il lato del quadrante* A B *alla parte* B G, *corriſponderà ancora la* E F *alla lunghezza dell'aſta. Talche ſe* B G, *ſarà tre di quelle ſteſſe parti, che tutto il lato del quadrante è dodici, la* E F *ſarà ancor eſſa per quattro uolte la lunghezza dell'aſta, talche ſe la aſta ſarà tre braccia, la propoſtaci linea* E F *ſarà braccia dodici, & ſe l'aſta fußi.4. braccia, la detta* E F, *ſarebbe braccia.16. ſimili.*

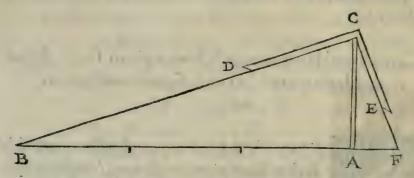
La ragione delle coſe è, perche i duoi triangoli A B G, & A E F *ſono di angoli uguali: percioche lo angolo* A B G, & *lo* A E F *ſono uguali; perche l'uno, & l'altro è retto, & lo angolo* E A F *è medeſimamente uguale allo angolo* A G B, *ſecondo la uentinoueſima del primo di Euclide; conciosia che il filo* A G *a trauerſa, o uogliamo*

dire

dire interſca la A D, *&* *la* B C, *che ſono fra loro paralelle. Adunque l'altro angolo* A F E *è uguale allo altro* B A G *ſecondo la trentuneſima del primo. I triangoli adunque* A B G, *&* A E F *ſono di angoli uguali; & quei lati che ſono intorno ad angoli uguali, ſono fra loro proportionali ſecondo la quarta del ſeſto. Come corriſponde adunque* A B *alla* B G, *corriſponde ancora la* E F *alla lunghezza* A E.

Come ſi poſsino miſurare le linee a piano ſenza alcuno quadrante, ma ſolo con la ſquadra ordinaria. Capitolo VI.

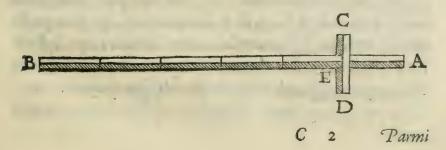
SE ALCVNA *uolta occorreßi miſurare una delle dette linee a piano; & che non ſi haueßi nè l'uno, nè l'altro quadrante, facciſi in queſto modo. Dicaſi che la linea da miſurarſi ſia* A B, *alla teſta* A *della quale rizziſi una aſta, che ſia* A C, *ſcompartita in quante parti ſi uoglino. Pigliſi dipoi una ſquadra ordinaria, che ſia* D C E, *& pongaſi con il ſuo angolo di dentro, in cima della aſta* C: *dipoi ſi uolti l'un de lati della ſquadra, cioè il* C D, *in uerſo l'altro termine* B, *accoſtiſi dipoi l'occhio al punto della ſquadra* C, *& alziſi, o abbaßiſi detta ſquadra* D C E *fino a tanto, che per la parte* C D, *la ueduta dell'occhio corra inſino al termine* B *della propoſtaci linea* A B. *Dipoi ſenza muouere la ſquadra ueggaſi di allungare l'una, & l'altra, cioè la* A B, *&* *la* C E *ſino a tanto che ſi congiunghino inſieme, il che ſi potrà fare con accomodare un regolo alla parte della ſquadra* C E; *& doue dette linee ſi riſcontrano ſia* F. *Fatte queſte coſe, in quella proportione che corriſponde la aſta ritta* A C *alla parte* A F *corriſponderà la propoſtaci linea* A B *alla quantità di eſſa aſta.*

Talche se la asta sarà braccia tre, & la E F *braccia uno, perche il tre corrisponde per tripla, cioè per tre tanti allo uno, corrisponderà ancora nel medesimo modo la propostaci lunghezza* A B, *cioè sarà per tre aste; talche se l'asta sarà tre braccia la* A B *sarà noue braccia simili.*

La ragione delle cose dette è, perche del triangolo B C F *gli tre angoli sono uguali a due a squadra secondo la trentunesima del primo di Euclide. Ma il* B C F *è angolo a squadra, adunque gli altri duoi* C B F, & B F C *sono uguali ad uno a squadra. Per la medesima ragione ancora i duoi angoli* A C F, & C F A *del triangolo* A C F *sono uguali ad uno a squadra; conciosia che il loro terzo* C A F *è a squadra. Adunque i duoi angoli* C B F, & B F C, *sono scambieuolmente uguali a gli angoli* A C F & C F A, *conciosia che e' sono uguali, al medesimo loro angolo a squadra. Et se ei si traesßi da i medesimi angoli uguali, lo angolo comune, cioè il* B F C, *lo altro* C B A *saria secondo la comune sententia uguale allo altro* A C F. *Ma lo angolo* B A C *è uguale allo angolo* C F A, *conciosia che l'uno & l'altro è a squadra, lo angolo ancora* A C B *sarà medesimamente uguale all'altro* C F A. *Per la qual cosa i duoi triangoli* A B C, & A C F *sono di angoli uguali; & i lati, che hanno a*

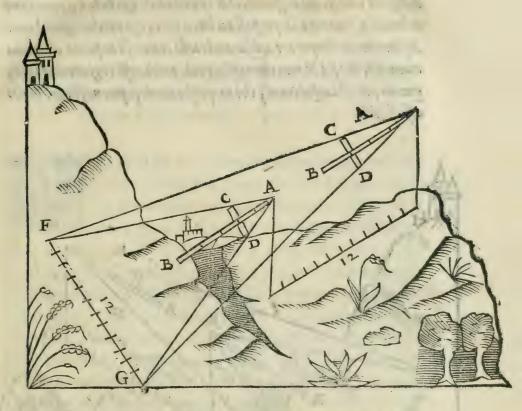
torno,

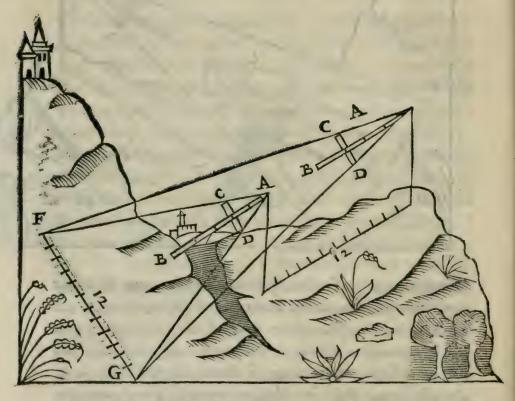
torno, perche ſono intorno ad angoli uguali, ſono infra loro proportio nali, ſecondo la quarta del ſeſto di Euclide. In quel modo adunque, che corriſponde la aſta A C *alla lineetta* A F *corriſponde ancora la propoſtaci lunghezza* A B *alla aſta ritta* A C, *che era quello uoleuamo moſtrare.*

Come ſi poſſa fare uno altro inſtrumento da potere miſurare le diſtantie coſi adiacere come ritte, alle quali non ſi poſſa accoſtare. Cap. VII.

P*ER fare il baculo, che coſi chiamano i latini queſto inſtrumento; apparechiſi un regolo quadro per tutti i uerſi di legno duriſsimo; & atto a non ſi torcere, o pigliſi di ottone lungo quãto ci piace; ma loderei che almanco fuſsi due braccia, di groſſezza moderata, come ti dimoſtra il diſegno. Diuidaſi dipoi detto regolo in alcune parti uguali fra loro, dieci, otto, o ſei ſecondo ci tornerà piu commodo, & ſi chiami queſto regolo* A B. *Facciſi dipoi uno altro regolo ſimile; ma lungo ſolamente quanto una delle parti, in le quali diuideſti il primo regolo maggiore* A B; *& tanto largo che ui ſi poſſa fare una buca quadra, talmente nel mezo al punto* E, *che ſi poſſa muouere commodamente per il regolo* A B, *faccendo ſempre angoli a ſquadra; & chiamiſi queſto regolo minore* C D, *come uedere ſi puo nel diſegno.*

Parmi ragioneuole poter chiamare questo regolo maggiore, cioè lo A B *il bastone: & il regolo minore, cioè il* C D, *il trauersale.*

Se noi uorremo misurare una linea posta adiacere nella pianura per il trauerso, alla quale non ci si possano accostare, con questo instrumento; faremo in questo modo, sia la propostaci linea F G *a trauerso del piano, noi moueremo il trauersale* C D, *& lo fermeremo a qual si uoglia diuisione del bastone* A B, *come per esempio diremo di hauerlo fermo alla seconda diuisione, in uerso* B, *hauendolo messo dalla testa* A; *porremo dipoi lo occhio al punto* A, *& abbasseremo il bastone uerso la linea diritta* F G *da misurarsi, applicando l'estremità del trauersale a' termini di essa linea da misurarsi, cioè il lato destro* D *al destro della linea* G, *& il sinistro* C *al sinistro* F. *Accosteremo dipoi, ouero discosteremo tanto, che la ueduta dell'occhio posto al punto* A *passando per le estremità* C D *del trauersale, arriui ad un tratto secondo i suoi lati corrispondentisi allo* F, *& al* G, *talche si faccino duoi raggi di ueduta* A C F, *&* A D G. *Fatto questo notisi il luogo, doue siano stati, a tale operatione, o ueduta con la lettera* H. *Mouiamoci poi di questo luogo, mouendo ancora il trauersale alla altra diuisione del bastone piu uicina allo* A, *se ue ne fussi. Se ci sarà bisogno di accostarci alla* F G *da misurarsi; o muouasi detto trauersale uerso* B, *hauendoci a discostare, cioe alla terza diuisione, che è nel bastone uerso* B, *partendolo dall'* A, *& il nostro muouersi sia tale, che stando fermo il trauersale* C D *nella terza diuisione, posto l'occhio di nuouo allo* A, *uegga di nuouo per* C D *le estremità dello* F G, *come si fece nella prima operatione, & fatto questo nota il punto doue sei stato con la lettera* I. *Misura dipoi lo spacio che è infra lo* H, *& lo* I, *che tanto sarà ancora la propostaci linea* F G, *& per maggior chiarezza se è fatta la figura presente.*

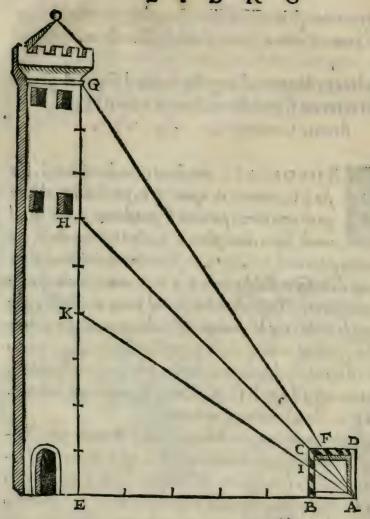
Puossi

Puoßi ancora, quaſi nel medeſimo modo miſurare una linea a tra uerſo d'una facciata, di una muraglia, o baſtione, o trincea, alla quale altri non ſi poſſa accoſtare. Concioſia che fatta la prima diligentia, o operatione al punto H, *di nuouo ritirandoci indietro al punto* I, *& nella prima operatione, ſe il trauerſale ſarà ſtato alla* E, *cioè alla ſeconda diuiſione del baſtone; & nella ſeconda operatione ſarà alla terza diuiſione. Ouero per il contrario, cioè ſe dato che ſiamo ſtati prima alla operatione nel punto* I, *& il trauerſale* C D, *habbiamo tenuto alla terza pur diuiſione; & accoſtandoci poi al punto* H, *habbiamo nello operare tenuto il trauerſale* C D *alla ſeconda diuiſione;*

diuisione; dicesi che lo spacio, che è infra la H, & lo I, è a punto tante braccia, quanto è la propostaci linea F G; & perche egli è il medesimo modo di operare misurando una trauersa in piano, che una trauersa, che sia in una muraglia ritta, potrà ogni ragioneuole ingegno da per se considerare, che in questo modo si puo misurare molte cose simili.

Come sarebbe se volessimo misurare vna larghezza, o altezza di vna cannoniera, o vna finestra alta in vna muraglia, o qualche altra cosa simile posta in monte, o in piano, conciosia che con questo instrumento si puo misurare, quasi tutte le distantie, o per trauerso in piano,

in piano, o per trauerso in edificio ritto, o per altezza ancora, se bene le linee ritte non arriuino al piano, donde si rilieua la muraglia.

Come le linee rileuate ad angolo retto disopra il piano del terreno si posino misurare con il Quadrante Geometrico. Cap. VIII.

ROPOSTACI *una linea ritta da misurarsi, che sia* E G, *ouero* E H, *o pure* E K, *per il diritto al lungo di una torre, porremo il quadrante* A B C *in tal modo sopra detto piano* A E, *che i lati sua diuisi, & scompartiti in parti, cioè* B C, & C D *si uoltino dirittisimamente ad essa linea da misurarsi della torre* E K H G, *conciosia che questo è sempre necessario. Posto dipoi lo occhio al punto* A, *alzisi, o abbasisi tanto la linda, che la veduta dell'occhio correndo per amendue le mire, uadi al termine dalla propostaci linea. Fatto questo si consideri il numero, doue batte la linda; ilche sarà, o nel punto* C, *punto comune infra il lato* B C, & *il lato* C D, *ouero nel lato* B C, *o nel lato* C D, *che altroue non puo battere.*

Dicasi primieramente, che batta nel lato C D, *come per esempio nella* F, *essendo la linea da misurarsi* E G, *egli è chiaro in tal caso, che la linea* E G, *è maggiore, che la distantia che si pigliò del piano* A E, & *corrisponderà in quella proportione alla* A E, *che il lato* A D *corrisponderà alla diuisa parte* D F. *che se* D F *sarà quaranta di quelle medesime parti, che il lato del quadrante è. 60. perche 60. corrisponde al 40. per sesquialtera, cioè per la metà piu; similmente la linea* E G *sarà lunga per una uolta, & mezo di essa* A E. *Tal che se* A E *per modo di esempio sarà 18. braccia, la propostaci* E G *sarà 27. braccia simili.*

La ragione delle cose dette è, che i triangoli A D F, *&* A E G *sono di angoli uguali; perche lo angolo* D A F *è uguale allo angolo* A G E *secondo la ventinouesima del primo di Euclide; & per la medesima lo angolo* A F D *è medesimamente uguale allo angolo* E A G; *conciosia che l'uno, & l'altro angolo* A D F, *&* A E G *è retto, o*

vogliamo

vogliamo dire a squadra; & però fra loro uguali. I triangoli adunque A D F, & E A G *sono di angoli uguali; & i lati, ouero cor de loro sono proportionali, secondo la quarta del sesto di Euclide. Adunque in quel modo, che corrisponde il lato* A D *alla diuisa parte* D F, *corrispõde ancora la linea* E G *alla lunghezza del piano* A E; *& questo serua per la prima dimostratione.*

Ma se la linda batterà a punto nello angolo C, *& la linea da misurarsi sia* E H, *egli è chiaro, che la* E H *è uguale al piano* A E. *Misurisi adunque la* A E, *la quale se per modo di dire sarà braccia diciotto, sarà anco braccia diciotto la altezza* E H. *Et in questo medesimo modo si debbe operare, circa le altre linee simili poste a questa similitudine.*

La ragione è perche i duoi triangoli A B C, & A E H *sono di nuouo di angoli uguali, come facilmente si puo prouare, per la medesima uentinouesima del primo. Adunque per la quarta del sesto poco di sopra allegata, in quel modo, che corrisponde il lato* A B, *al lato* B C, *cosi corrisponde ancora la lunghezza* A E *alla propostaci linea* E B; *conciosia che le riguardano angoli uguali, cioè retti, & i lati* A B, & B C *sono fra loro uguali. Adunque essa lunghezza del piano* A E *sarà uguale alla propostaci* E H.

Ma quando la linda batterà nel lato B C, *cioè alla diuisione* I, *la lunghezza allhora del piano, intrapresa fra lo occhio, & la basa della altezza da misurarsi, sarà maggiore della propostaci linea, in quella stessa proportione, che il lato intero del quadrante superarà la diuisione occorsati di detto lato. Sia la linea da misurarsi* E K, & *la diuisione* B I *sia 40. di quelle stesse parti, che tutto il lato del quadrante* B C, *è 60. come il 60. corrisponde al 40. per sesquialtera, cioe per la metà piu; in questo medesimo modo lo spacio* A E, *sarà per una volta, & mezo dello* E K. *Misurisi adunque la lunghezza* A E,

D

za A E, & *traggasene il terzo; et harassi la altezza* E K. *Come per esempio se* A E *fusse braccia diciotto, trattone sei, resterebbono dodici, & tanto sarebbe la altezza* E K.

La ragione è perche i duoi triangoli A B I, & A E K *sono di angoli uguali, ilche si pruoua per la medesima ragione, che si prouaranno i duoi triangoli* A B C, & A E H, *secondo la già molto replicata ventinouesima del primo. Sono adunque (come i primi) gli angoli* A B I, & A E K *fra loro uguali, perche amenduoi sono retti; adunque i lati* A B, & B I *sono medesimamente per la quarta del sesto proportionali a lati* A E, & E K. *In quel modo adunque, che corrisponde il lato* A B *alla intersegata parte* B I *corrispõde ancora la lunghezza* A E *alla propostaci linea* E K.

Dalle cose dette di sopra si caua una manifestissima regola da misurare una linea ritta, ancora che non arriui al piano del terreno, come è la linea G H, *conciosia che trouate le lunghezze delle* E G, *et* E H, *secondo quello ordine che poco fà si disse, se si trarrà la lunghezza* E H *dalla lunghezza* E G, *ne rimarrà la lunghezza* G H; & *seruaci per esempio che sia trouata la lũghezza* E G *esser braccia 27. la* E H *di braccia 18. se si trae il detto 18. di 27. ne rimane 9. braccia, che tanto è la* G H; & *il medesimo giudicio, & discorso, si debbe fare d'ogni altra linea come* G K, *et* H K, & *delle altri simili, et nel simil modo collocate, come sono le lunghezze delle finestre, o le lunghezze delli ballatoi, o altre cose che escono fuori delli diritti delli edificij.*

Come

Come si misurino le dette linee a piombo, cō il quadrante del cerchio, & prima della proportione delle ombre. Cap. IX.

NON è nessuno di mediocre ingegno, che non sappia, che le ombre causate dal Sole & dalle torri, o altri edificij, ne quali battendo il Sole, le ribatta in terra, si chiamano ombre rette; & è chiaro, che queste nel leuar del Sole, & nel tramontare ancora si distendono in infinito; et nel salir ad alto il Sole, uanno proportionalmente sciemando, fino a che egli arriui alla hora determinata del mezo giorno, nel qual punto sono piccolissime; & poi declinando egli da detto punto, uerso Occidente, vanno continouamente crescendo fino al tramontare, nel qual punto sogliono esser lunghissime: Ma questo accrescere, & scemare dell'ombre è talmente proportionato, che trouandosi il Sole ne punti vgualmente discosto dalla linea del mezo giorno, causa, le medesime ombre, cosi nel salire come nel tramontare. Mediante questa osseruatione adunque delle ombre, ci sarà facile il potere misurare con il quadrante del cerchio le altezze di quelle torri, o edificij, che le causano in questa maniera. Dirizzisi a raggi del Sole il lato sinistro di detto quadrante, et alzisi, o abbassisi il lato destro, oue sono le mire (lasciando sempre andare libero il piombo col filo doue ei vuole) tanto che il raggio del Sole passando per l'una, et l'altra mira ci dia il punto doue batte il filo. Notisi detto punto, perciòche se ei batterà nel lato B C, *ilche suole accadere ogni volta, che l'altezza del Sole non passa 45. gradi, come per esempio si dica, che batta nel punto* E *mezano infra il* B *& il* C, *in tal caso l'ombra sarà maggiore che il corpo che la causa; & in quella proportione, che corrispondono le dodici parti, cioè il lato tutto del quadrante, ad esse*

 parti

parti comprese dal filo. Come se per modo di esempio il filo intraprendeßi sei parti; & la propostaci altezza da misurarsi fusse G F, *et la sua ombra terminata da raggi del Sole fusse* G I. *Conciosia che il* 12. *ha proportione di dupla al* 6. *cioè di l'un due, a corrispondenza l'ombra* G I *sarà per duoi uolte la propostaci altezza* G F. *Misurisi adunque l'ombra* G I, *la quale sia per modo di dire* 20. *paßi, già sapremo tre cose manifeste, di modo che mediante la regola delle quattro proportionali, multiplicando la ombra per le parti comprese dal filo, et diuiso poi il multiplicato, per il lato del medesimo quadrante, la parte di detta diuisione ci darà la propostaci altezza; & lo esempio è, che si multiplichi li* 20. *paßi della ombra per le sei parti comprese dal filo, & si parta poi il* 120. *che ce ne verrà per il* 12. *che sono le diuisioni di tutto il lato del quadrante, & ce ne uerrà* 10. *per ilche si dirà con verità, che la propostaci altezza* G F *sarà* 10. *paßi.*

La ragione è che i duoi triangoli A B E, & F G I *sono l'un per l'altro dt angoli uguali. Conciosia che lo angolo* A B E *è uguale allo angolo* F G I *peroche l'uno, & l'altro è retto, o vogliamo dire a squadra. Lo angolo ancora* A E B, *è uguale allo angolo* G F I, *come quello, che è uguale allo altro* D A E, *il quale è uguale al medesimo angolo di dentro a lui opposto* G F I *secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Adunque lo angolo rimanente* B A E *è secondo la trentunesima del primo uguale allo altro rimanente* G I F. *La onde eßi triangoli* A B E, & F G I *sono di angoli uguali; & perche i lati, che sono intorno ad angoli uguali, sono infra loro proportionali secondo la quarta del sesto; si come* A B *corrisponde al* B E, *cosi corrisponde ancora il* G I *alla altezza* G F.

Ma quando il filo batterà nel punto G *termine mezano, infra l'uno, & l'altro lato, ogni ombra allhora è uguale alla altezza della torre, o di qual altro corpo, che la causi, puoßi adunque misurare*

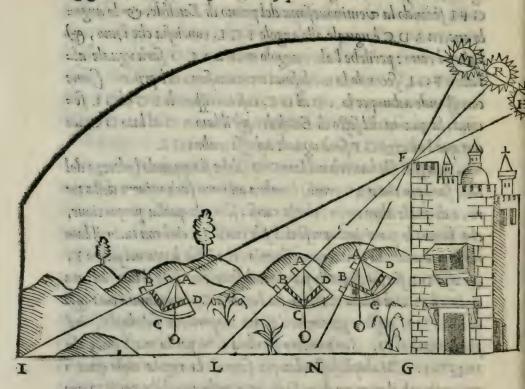
quante

quante braccia, o paßi sia l'ombra; & sapraßi l'altezza della torre Et questo auiene ogni volta che il Sole è precisamente alla altezza di 45. gradi, & per esempio si è messo nella figura di sotto la altezza G F, *essendo il Sole in* K, *cioè ne 45. gradi d'altezza, o che nõ li paßi, il raggio del quale* K L *pare che termini l'ombra* G L, *a punto uguale alla altezza della torre* G F: *o se altro corpo fusse che la causasse.*

La ragione è perche i triangoli A C D, & B G L *sono di angoli uguali, cõciosia che lo angolo* C A D *è uguale allo oppostoli di dentro* G F L *secondo la ventinouesima del primo di Euclide, & lo angolo ancora* A D C *è uguale allo angolo* F G L, *conciosia che l'uno, et l'altro è retto: perilche l'altro angolo ancora* A C D *sarà uguale al l'altro* F G L *secondo la medesima trentunesima del primo. Come corrisponde adunque lo* A D *al* D C, *cosi corrisponde* F G *al* G L *secondo la quarta del sesto di Euclide, et il lato* A D *al lato* D C, *adunque l'altezza* G F *sarà uguale ad essa ombra* G L.

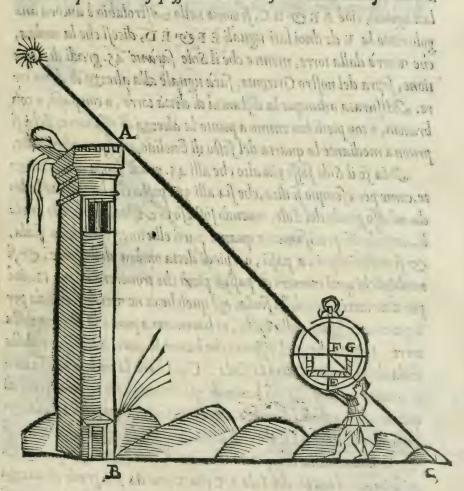
Ma se il filo batterà nel lato C D *(ilche fia quando l'altezza del Sole sarà piu che a 45. gradi) l'ombra all'hora sarà minore della torre, o di quale altro corpo, che la causi, secondo quella proportione, che hanno le parti intraprese dal filo con il* 12. *cioè con tutto il lato del quadrante. Et seruaci per esempio, che il filo batta nel punto* E, *et essa* D E *sia sei di quelle parti medesime, che tutto il lato del quadrante è* 12. *cioè il lato* C D. & *sia l'ombra* G N *terminata da raggi del Sole* M N *paßi* 5. *percioche il* 6. *ha proportione subdupla, cioè per la metà al* 12. *Sarà ancora l'ombra* G N *per la metà della altezza* G F. *Multiplichisi adunque secondo la regola delle quatro proportionali il numero de paßi di detta ombra, cioè il* 5. *per il* 12. & *ce ne verrà* 60. *il quale partasi per le intraprese parti del* C D, *cioè per* D E, *che fu* 6. *vedremo che ce ne verrà* 10. *a punto. Adunque la propostaci* G F *sarà alta* 10. *paßi.*

La ra=

La ragione è che i duoi triangoli A D E, *&* F G N, *sono di angoli uguali, secondo le allegate molte volte ventinouesima, & trentunesima del primo di Euclide. Et perche lo angolo* A D E *è uguale allo angolo* F G N, *secondo la quarta dimanda: Corrispondera adunque per la quarta del sesto* N G *al* G F, *in quella proportione che corrisponde lo* E D, *al* D A, *& per piu chiarezza veggasi il disegno presente. Conciosia che da quello si potrà ogni ragioneuole ingegno chiarire delle cose dette di sopra.*

In questo medesimo modo si puo operare sia l'ombra grande quanto si vuole, & intraprenda il filo quante parti si siano del lato B C, *o del*

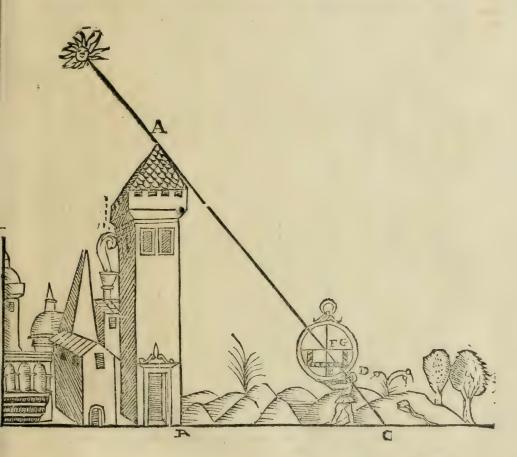
del lato C D, come di ſopra ne moſtra la figura, dando lo eſempio delle tre dimoſtrationi, che non puo fallire, ſe il quadrante ſi adopererà a ragione, che il raggio del Sole paßi per amendue le mire, & il filo con il piombo corra libero a qual ſi vogliano parti, di qual ſi voglia lato del quadrante.

Nel medeſimo modo che ſi miſurano le altezze mediante le ombre con il quadrante, ſi poſſono ancora miſurare con lo Aſtrolabio,

ma

ma la operatione si farà in questo modo. Et prima pongasi che la altezza del Sole sia a 45. gradi, & il lato della ombra retta della scala sia E D, *& della ombra uersa sia* D G, *& il cētro della linda sia* F, *per le mire della quale passi il raggio solare sarà adūque la parte del raggio solare* A C, *basa di un triangolo di lati uguali, come la* F D *è ancor essa la basa del triangolo* F E D *dello Astrolabio, & lo angolo* B, *piede della torre è angolo retto, del triangolo che ha duoi lati uguali, cioè* A B *&* B C, *si come nello Astrolabio è ancora an= golo retto la* E *de duoi lati uguali* E F *&* E D, *dicesi che la ombra, che verrà dalla torre, mentre che il Sole sarà ne' 45. gradi di eleua tione, sopra del nostro Orizonte, sarà uguale alla altezza di detta tor re. Misurata adunque la distantia di detta torre, o con passi, o con braccia, o con piedi haremmo a punto la altezza di essa torre, ilche si pruoua mediante la quarta del sesto di Euclide, allegata altre uolte.*

Ma se il Sole fosse piu alto che alli 45. gradi sopra dello Orizon te, come per esempio si dica, che sia alli 56. posta che haremmo la lin da ad esso grado del Sole, tenendo sospeso lo Astrolabio per lo anel= lo, considerisi precisamente quante parti ella intersęghi della scala, & si misuri dipoi, a passi, o a piedi detta ombra della torre, & si multiplichi quel numero de passi, o piedi che trouerėmmo per 12. *cioè per vno intero lato della scala, & quelche ce ne verrà si diuida per le parti intersegate dalla linda, et haremmo a punto la altezza della torre. Imperoche quel rispetto che hanno le parti intersegate della scala dalla linda, a tutta la scala. Cosi l'harà la ombra di essa tor= re, a tutta la torre. Et cosi hauendo già notitia di tre termini, cioè di quanti passi, o piedi è l'ombra, delle parti intersegate della scala, & dello intero lato della scala. Facilmente per la regola delle tre cose verremo in notitia del quarto termine. Come se per esempio noi fin gessimo, che il raggio del Sole* A C *che viene da 56. gradi di altezza*

intersegassi

interſegaſsi le otto parti di detta ſcala, nel lato D E, *& la ombra già nota a noi, cioè* B C *fuſſe* 24. *& la ſcala tutta ſappiamo che è* 12. *dirò ſe otto parti della ſcala mi dà* 12. *che mi daranno vent iquattro. Multiplichiſi adunque la ombra per la ſcala intera, cioè* 24. *per* 12. *& ce ne verrà* 288. *il qual numero diuida ſi per le interſegate parti della ſcala, che furno otto, & ce ne verrà* 36. *il quale numero ſarà a punto la altezza della torre che noi cercauamo. Ma perche mediante la piccolezza delli Aſtrolabij, o altri ſimili inſtrumenti, le par*

ti della ſcala non ſi poſſon coſi preciſamente pigliare ſecondo la altezza del Sole, accioche in queſto luogo non ci manchi coſa alcuna, ho poſto quì di ſotto al diſegno dell'operatione, una Tauoletta del Re Alfonſo, per la quale noi potremmo vedere quali parte della ſcala, corriſpondino a qual ſi voglia grado, o minuto della altezza del Sole, la qual ſarà molto commoda ad alcune coſe che ſeguiremo di dire.

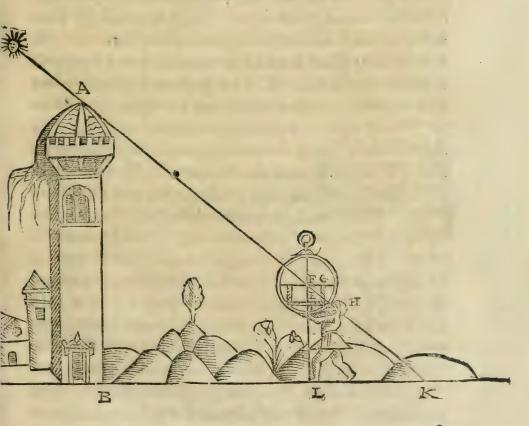
Tauola dell'una ombra & dell'altra, cioè della retta, & della uersa, di quanti diti, & minuti, corrispondono di essa, a ciascun grado & minuto del Sole, o della Luna.

Altezza		Parti della scala interse-gate.		Altezza		Parti della scala interse-gate	
Gradi	Min.	Diti	Min.	Gradi	Min.	Diti	Min.
1	12	0	15	27	35	6	15
2	25	0	30	28	29	6	30
3	38	0	45	29	24	6	45
4	50	1	0	30	18	7	0
6	0	1	15	31	9	7	15
7	12	1	30	32	0	7	30
8	21	1	45	32	51	7	45
9	31	2	0	33	43	8	0
10	42	2	15	34	30	8	15
11	53	2	30	35	18	8	30
13	0	2	45	36	6	8	45
14	8	3	0	36	54	9	0
15	14	3	15	37	37	9	15
16	19	3	30	38	56	9	30
17	23	3	45	39	5	9	45
18	26	4	0	39	49	10	0
19	28	4	15	40	30	10	15
20	30	4	30	41	10	10	30
21	32	4	45	41	51	10	45
22	34	5	0	42	31	11	0
23	33	5	15	43	8	11	15
24	33	5	30	43	47	11	30
25	33	5	45	44	24	11	45
26	33	6	0	45	0	12	0

Ma se ci occorrerà misurare le altezze mediante quelle ombre, che verranno dal Sole quando sarà in manco che in 45. gradi di altezza, auertiremo che nel misurar passato, la ombra haueua la medesima proportione alla torre, che haueuano le parti della scala intersegate dalla linda, a tutta la scala; Ma nel modo di questo misurare, cosi come tutta la scala corrisponde alle parti sue intersegate dalla linda, cosi corrisponde l'ombra della torre, ad essa torre. Sospendasi adunque lo Astrolabio per il suo anello, & piglisi la altezza del Sole, & ponghiamo che sia a gradi 40. & considerisi qual parte della scala venga intersegata dalla linda. Dipoi misurisi la ombra a passi, o a piedi, & multiplichisi il numero di detti passi, per le parti intersegate della scala; & quel che ce ne viene, si diuida per la scala intera, cioè per 12. & quel che ce ne resterà sarà la altezza della torre. Quì giudico io necessario dichiarare che cosa sia ombra retta, & ombra versa. Ombra retta si chiama quella di essa scala, la qual cadrà da qual si voglia altezza (non passando il Sole il quarantacinquesimo grado di eleuatione, sopra del nostro Orizonte) che si comprende dalla linea retta discesa per il piano, atteso che quel lato della scala ci rapresenta la linea del piano. Ombra versa è quella, che quando il Sole non arriua alli 45. gradi, non cade piu nel lato della Ombra retta, ma nello altro, & si chiama uersa, cioè riuolta allo insù per l'altezza, ad angoli retti. Et per facilitare le cose a lettori: dico che il lato della scala D E, *è quello che rapresenta il lato della ombra retta, che è il medesimo che la linea del piano. Se adunque il carro del Sole dalli 40. gradi di sua altezza, batterà nella decima parte della ombra versa, & si distenda sino al* K, *nella linea già tirata del piano che sia* B K. *Et dal* K *si tiri una parallella sino alla* F E, *che sia* K L, *haremmo già tre triangoli ad angoli retti, il primo* F I H, *il secondo* F L K, *& il terzo* A B K. *Hora si*

Ombra retta, & ombra uersa.

come

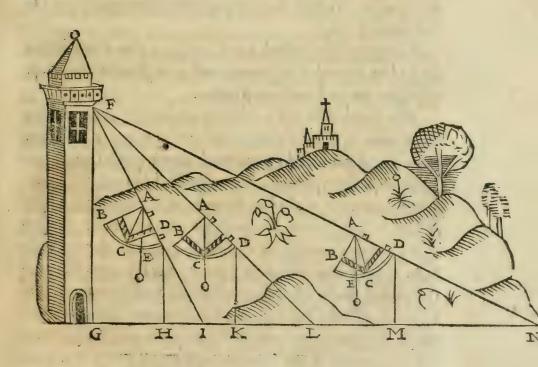
come le parti intersegate G H *corrispondono alla* G F, *ouero allo* H I. *cioè a tutta la scala, così la* F L *corrisponde alla* K L, *che è la linea del piano. Adunque hauendo noi tre termini noti, verremo per la regola delle tre cose in cognitione del quarto che è* A B; *& ponghiamo che i passi della ombra sieno* 14. *i quali multiplichinsi per le parti intersegate della scala che furno* 10. *& ce ne verrà* 140. *il qual numero se si partirà per* 12. *intero lato della scala, ce ne resterà* 8. *che sarà a punto la altezza della torre che andauamo cercando.*

Come

Come si misurino dette altezze con il medesimo quadrante, senza la consideratione delle ombre ma solo con i raggi della ueduta. Cap. X.

MOLTE volte ci puo accadere il volere misurare le altezze, quando il Sole non è scoperto & che nõ causa l'ombre. però in tal caso seruirenci de raggi della veduta in questa maniera. Voltisi la mira sinistra del quadrante alla cima della propostaci altezza da misurarsi, & l'altra parte accostisi allo occhio. Alzisi dipoi o abbassisi il quadrante (lasciando andare il filo col piombo libero doue ei vuole) fino a tanto che passando la veduta per amendue le mire si vegga la cima della torre da misurarsi. Fatto questo auuertiscasi doue batte il filo col piombo, il quale di necessità cadrà, o nel lato B C, *o nel lato* C D, *o nell'angolo* C, *punto mezano infra l'un lato & l'altro, secõdo che la basa della torre da misurarsi, ci sarà piu pressa, o piu lontana. Dicasi per la prima demostratione, che il filo batta nel lato* C D *al punto* E, *& che la propostaci altezza della torre da misurarsi sia* G F. *Et ci bisogna lasciare cadere dall'occhio, che misura, sino a terra un filo a piombo, ordinato per questo, al quale porremo nome* D H. *Fatto questo si debbe agiugnere allo indietro alla distantia, nella quale ci trouiamo, la parte di essa* D H, *presa in quella medesima proportione, che hanno le parti intraprese* D E, *al* 12. *cioè a tutto il lato del quadrante. Et seruaci per esempio, che il* D E *sia parti* 6. *pche* 6. *è la metà di* 12. *aggiũgasi la metà di essa* D H, *come è a dire* H I, *a dirittura, et a lungo di* G H. *Talche la linea diritta* G I, *ci seruirà in cambio dell'ombra, et il punto* I, *seruirà per termine del raggio del Sole. Vedesi adunque manifesto, che la linea retta* G I,

ta G I, *è minore della altezza* G F, *& secondo quella proportione, che hanno le parti* D E *al lato* A D. *Come se per esempio* G I *fusse 9. passi, multiplicando 9. per 12. ce ne verrà 108. ilche partito per 6. cioè per* D E, *ci resteria 18. che tanti passi sarà l'altezza* G F, *simili alli 9. detti di sopra.*

La ragione è che i duoi triangoli A D E, & F G I, *sono di angoli uguali; & i lati di essi angoli respettiuamente sono fra loro proportionali, mediante quelle ragioni medesime, che già molte volte habbiamo detto di sopra.*

Ma

Ma quando il filo caderà nel punto C, *cioè nello angolo a punto del quadrante; lasciatosi cadere il filo col piombino dello occhio sino a terra, che sarà* D K, *conciosia che del triangolo* A D C, *i duoi lati* A D, *&* A C *sono uguali l'un l'altro, ci bisogna aggiugnere tutta la lunghezza* D K *per allo indietro ad essa* G K, *cioè* K L. *Et in tal caso tanto sarà la* G L, *quanto è l'altezza da misurarsi* G F. *Conciosia che la lunghezza* G L *ci serue per l'ombra, che causerebbe il Sole, se non passasse 45. gradi di eleuatione, onde auiene che in quel medesimo modo, che corrisponde* A D *al* D C, *corrispõde ancora la lunghezza del piano alla altezza* G F. *Misurisi adunque* G L, *& haremmo l'altezza* G F, *conciosia che l'una, & l'altra mediante il poco fà dato esempio, sarà passi 18. & in questo medesimo modo si puo fare delli altri simili.*

La ragione è che i triãgoli A D C, *&* F G L *sono di angoli ugua li infra loro, & però di lati proportionali, come si è dimostro, ne capitoli passati, che per breuità non si replica.*

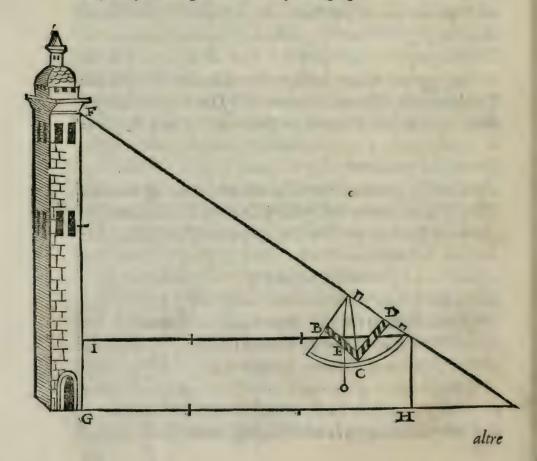
Ma quando il filo cadrà, o batterà nel lato B C, *come sarebbe a dire al punto* E, *essendo l'altro filo dallo occhio a terra* D M, *bisogna operare per il contrario del primo modo detto in questo Cap. Conciosia che in quella proportione, che corrisponde il lato* A B *al* B E *corrisponderà ancora* M N *alla linea a piombo* M D, *come che se* B E *fusse 6. di quelle stesse parti, che tutto il lato è 12. perche il 12. corrisponde al 6. per due tanti essa* M N *debbe esser lunga per due volte essa* M D. *Seruirà adunque il punto* N *per termine del raggio solare, &* G N *sarà in cambio dell'ombra, mediante la quale si trouerrebbe l'altezza* G F, *essendo il Sole a 45. gradi di eleuatione. Dicasi per esempio che* G N *sia passi 36. multiplichisi 36. per 6. che sono le parti di essa* B E *ce ne verrà 216. il qual numero partito per 12. ce ne verrà 18. che sarà l'altezza medesima di* G F *in quello stesso modo,*

che

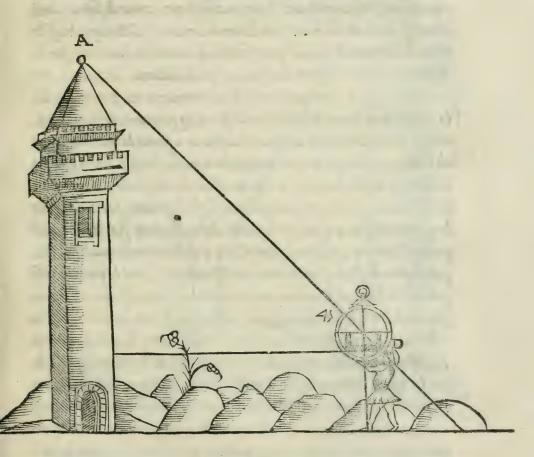
che si trouò nelle altre regole di questo Cap. Et perche nel passato Cap. lasciamo manifesto che la linea retta G F *superaua la* G N, *& era in quella proportione, che il* 12. *lato intero del quadrante è misurare, che la alla parte* B E. *Cosi interuiene ancora in questo modo presente del* G N *è* 36. *di quelle parti, che la* G F *è* 18.

La ragione è che i triãgoli A B E, *&* F G N *sono di angoli ugua li; & i lor lati sono infra loro proportionali, come già molte volte si è dimostro.*

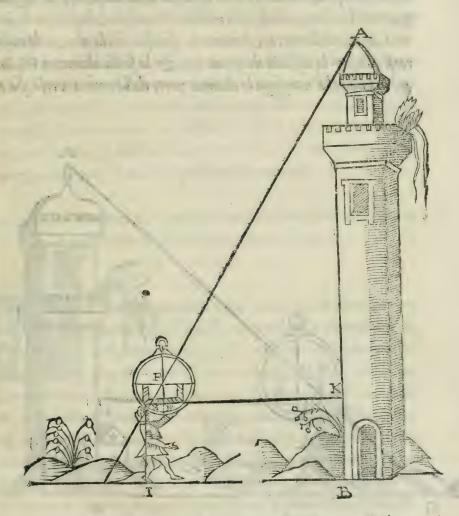
Troueremo vniuersalmente il medesimo ogni volta che haremmo proportionalmente la distantia, che sarà infra la basa della cosa da misurarsi, & la linea che ci cadrà dall' occhio misurante a terra: secondo la proportione delle parti B E, *o* D E *alle dodici parti di tutto il lato, aggiunto, o leuato quella portione della linea che casca dallo occhio a terra, al venutoci numero delle fatte diuisioni, come si è detto. Ilche acciochе si intenda piu facilmente, mi piace di replicare. Sia l'altezza* G F, *& osseruata la veduta per le mire, caschi il filo con il suo piombo nel lato* B C *al punto* E, *&* B E *sia parti otto, di quelle stesse, che tutto il lato del quadrante è dodici, & mandato il filo dall' occhio a terra, cioè* D H, *tirisi la diritta* D I *a dirittura per quanto è lo spacio intrapreso da* G H, *& paralella a detta* G H *si uede chiaro che i duoi triangoli* A B E, *&* F D I *sono fra i loro di angoli uguali, come si prouò nel passato Cap. Occorre adunque per la quarta del sesto di Euclide, che come corrisponde* A B *al* B E, *cosi corrisponde ancora* D I *al* I F. *Imperoche al* D I *è uguale il* G H, *secondo la trentaquartesima del primo di Euclide. Conciosia che* D H G I *sia un paralellogramo, o uogliamo dire quadrilungo, talche in quel modo che corrisponde* A B *al* B E, *cosi corrisponde ancora il* G H *allo* I F. *percioche quelle cose che sono uguali ad una altra cosa; hanno fra loro ancora la medesima proportione, secondo la setti-*

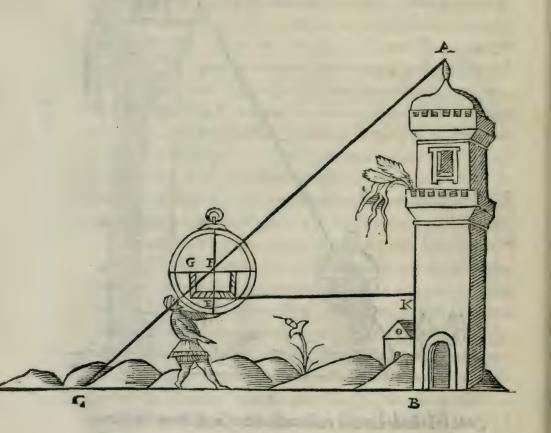
ma del quinto di detto Euclide. Sia adunque per modo di esempio G H braccia 18. perche il 12. è in proportione sesquialtera, cioè della metà piu allo 8. così ancora G H, sarà per una uolta & mezo la I F. Multiplichisi adūque le 18. braccia G H, per le 8. parti di essa B E, & ce ne uerrà 144. ilche partendo per 12. ce ne uerrà pure 12. che tante braccia sarà la I F, alla quale si aggiugnerà la linea a piombo D H, cioè braccia 4. ce ne uerrà l'altezza G F, che sarà braccia 16. Conciosia che essa D H è uguale alla G I secondo la medesima trentaquatresima del primo. Il medesimo a proportione interuiene delle

altre

altre coſe, caſchi il filo doue ſi uoglia, & ſia lo ſpacio G H ancora quanto ſi voglia. Nondimeno il primo modo dello operare, pare che piu ſi confaccia con le proportioni delle ombre. Talche in prima uiſta piacerà piu a manco eſercitati.

Il medeſimo ſi puo fare ancora con lo Aſtrolabio, imperoche già ſi dimoſtrò, che dalli 45. gradi, cioè dallo angolo D della ſcala, le torrri ſcuotano ſempre le ombre uguali alle loro altezze, adunque ſe noi ci troueremmo a liuello ſul piano della torre, & porremo la lin=

da alli 45. gradi, cioè all'angolo detto D della scala, andaremo acco standoci, o discostandosi tanto da detta torre, che ueggiamo la sua cima per le mire che sia A. allhora annouerati con passi, o braccia lo spacio che è da noi alla torre, & presa dipoi la altezza dello occhio nostro a terra, & la aggiugneremo a detti passi, o braccia, haremmo a punto la altezza della torre che cercauamo.

Et se per sorte noi trouassimo, che la altezza della torre non corrispondessi alli 45. gradi, per non hauere la comodità del piano da potersi a nostra uoglia accostare, o discostare, come di sopra, anzi auenisse che la linda battesse nella ombra retta. Multiplichinsi le parti di detta ombra, quali per esempio diciamo che siano otto, per la distantia de passi, o braccia trouata, quale diciamo che sia 24. & haremmo 192. il qual numero se lo partiremo per 12. intero lato della scala, ce ne rimarrà 16. al quale se noi aggiugneremo la misura, che è dallo occhio nostro a terra, haremmo a punto la intera altezza della torre. Ma per piu chiarezza daremo lo esempio, sia la altezza della torre da misurarsi A B. & la distantia del piano B C, et la scala altimetra F E D, & la linda interseghi la ottaua parte della ombra retta che sia A F H, & lo occhio del misurante sia H, dal qual punto sia tirata una linea, sino alla A B della torre, la qual sia H K, paralella ad essa B C, cosi come corrisponde H E, cioè le parti intersegate della scala dell'ombra retta a tutta la scala, cosi ancora corrisponderà B C, distantia del piano, alla altezza A K quella cioè, che viene ad essere sopra dello occhio del misurante, secondo la quarta del sesto di Euclide, & già li tre termini passati ci son noti, perilche per la regola delle tre cose verremo facilmēte in cognition del quarto, perche hauendo cognitione della parte della altezza da misurarsi come per modo di dire A K, alla quale se aggiugneremo K B haremmo cognitione di tutta la altezza: ma K B è uguale ad essa H I, che è lo spacio

lo spacio che è dallo occhio del misurante a terra, per tanto se noi aggiugneremo alla A K *la detta nostra altezza dello occhio, verremo indubitatamente in cognitione di tutta la* A B, *che era quel che voleuamo dimostrare.*

Ma se la linda batterà nella ombra versa, diciamo che batta alle

alle 10. parti, & la distantia del piano sia 24. passi, o braccia, multiplichisi questo 24. per le 10. cioè per le parti intersegate della detta ombra uersa, & ci darà 140. il qual numero diuiso per le intere parti della scala, che è 12. ci rimarrà 20. che sarà l'altezza della cosa da misurarsi dallo occhio nostro in su, al qual numero se noi aggiugneremo la altezza che è dallo occhio nostro al piede haremmo la intera altezza della torre, & eccone lo esempio, sia la altezza da misurarsi A B, *& la distātia del piano* B C, *& la scala altimetra* F E D, *& la linda che intersega la decima parte della ombra uersa sia* A

F H, *donde si lasci cadere il piombo* H I, *che è l'altezza del misuran= te dallo occhio al piede, & dalla* H *si tiri vna linea alla* A B, *para= lella ad essa* I B, *che sia* H D K, *per tanto* H D K *sarà uguale ad essa* I B, & K B *uguale ad essa* H I. *Horamai si come* F E *tutta, cioè la scala, come quella che è uguale alla* D G, *corrisponde alla* H G *parti intersegate, così* H D K *distãtia del piano, come che ella è ugua le alla* I B *corrisponde alla* K A *parte della altezza da misurarsi, se= condo la quarta del sesto di Euclide, perilche hauendo noi già noti= tia de tre termini facilmente verremo in notitia del quarto, come già tãte volte si è detto mediante la regola delle tre cose. Aggiu= gnendo adunque alla* K H *la misura di essa* K B, *che è uguale alla* H I, *cioè la altezza dallo occhio nostro a terra, sapremo quanta sia la altezza della torre* A B, *che è quello noi cercauamo.*

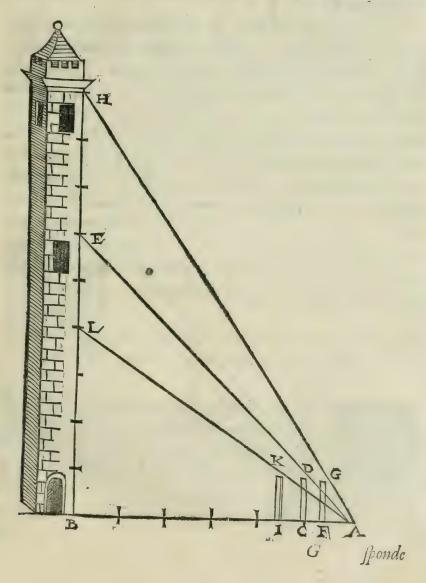
Come dette altezze si possino misurare, senza nessuno quadrante, ma solo con una asta in piu modi. Cap. XI.

POSSI *ancora senza alcuno quadrante, misurare dette altezze secondo una regola, che a tempi nostri, ci ha dato Oronzio; & secondo già ne insegnò ne tẽpi suoi il giudicioso, & non meno accorto, che dotto Leonbattista Alberti, ma per non confondere l'un modo con l'al= tro, dirò quello di Oronzio Matematico, inuero accuratissimo nella età nostra. Dico adunque che apparecchiatasi vna asta nõ mol= to lunga: ma sopra tutto dirittissima, diuisa in quelle piu, o meno par ti, che si voglino, sieno braccia, o meze braccia, o terzi di braccia, o soldi, o danari, si come si usa diuidere il braccio Fiorentino. Quando esattamente si vuole con esso misurare alcuna cosa, che ordinaria= mente*

mente si diuide in soldi 20. & ogni soldo in 12. denari. Fatto questo rizzisi detta asta a piombo in sul piano: di sul quale la propostaci torre, o altezza da misurarsi si rilieui ad angolo retto; & posto conseguẽtemẽte l'occhio in terra bisogna accostarsi, o discostarsi tanto da essa asta, che la ueduta dello occhio passando per la cima dell'asta, arriui alla cima della torre da misurarsi. Misurisi dipoi lo spacio che è infra lo occhio, & il piè della asta, con le medesime misure, con che è scompartita l'asta: dicesi che in quella proportione, che corrisponde l'asta allo spacio detto, corrisponde ancora la propostaci altezza, alla distantia del piano intrapresa infra lo occhio, & la basa di essa torre, o altezza. Perilche se l'asta, & il detto spacio saranno uguali, si potrà dire, che lo spacio infra l'occhio, & la basa, sia ancora esso uguale alla altezza propostaci. Come nella figura che segue, si vedrà lo esempio dell'asta C D, *& dello spacio* A C, *che sono uguali, cosi come è uguale ancora l'altezza* B E *allo spacio intrapreso fra lo occhio* A, *& la basa della torre* B, *che l'una, & l'altra è per sei aste.*

Ma se ci occorresse, che lo spacio infra lo occhio, & la asta fusse minore della asta, egli è chiaro che la propostaci altezza sarà maggiore dello spacio intrapreso fra lo occhio, & la basa della propostaci altezza; & detta altezza corrisponderà alla lunghezza del piano intrapreso fra l'occhio, & il piè della asta, come dimostra lo esempio della asta F G, *& dello spazio* A F, *che è due parti solamente di quelle, che l'asta è tre. Si come adunque l'asta è per una uolta, & mezo dello spacio* A F, *cosi ancora l'altezza* B H *è per una uolta, & mezo la lunghezza* A B. *Di quelle medesime parti adunque che la lunghezza* A B *sarà sei, la* B H *sarà noue. Debbesi adunque arrogere ad essa* A B *la metà di se stessa, quanto alla lunghezza, & ce ne verrà l'altezza del* B H.

Ma se

Ma se lo spacio infra lo occhio, & il piè della asta sarà maggiore della asta, la distantia del piano, infra l'occhio, & la basa della torre, sarà maggiore, che la propostaci altezza, & in quella proportione auanzerà detta altezza, che lo spacio auanza l'asta. Come facilmēte si uede lo esempio dell'asta I K, *alla quale spacio* A I *corri*

G *sponde*

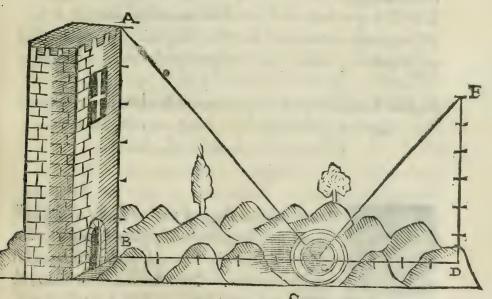
ſponde per ſeſquialtera, cioè per la metà piu. La onde la lunghezza del piano A B *è per vna uolta, & mezo della lunghezza* B L, *adunque ſe* A B *ſarà ſei parti, la altezza* B L *quattro parti ſimili. Debbeſi adunque trarre la terza parte di* A B, *acciò ci rimanga la propoſtaci altezza* B L, *& il ſimile ſi debbe fare di tutte le altre reſpettiuamente ſimili a queſte.*

La ragione delle coſe dette, & di qual altre ſi ſieno ſimili a queſte, pare che uenga dalla ugualità, o vogliamo dire aguaglianza de li angoli, & dalla proportione de lati de triangoli. Conciosia che per ridurre la coſa in ſomma i triangoli A C D *&* A B E, *& i duoi triangoli ancora* A F G, *&* A B H, *& gli altri* A L K, *&* A B L *ſono ſcambieuolmente uguali, per la ventinoueſima del primo. La onde ſecondo la quarta del ſeſto, ſi come il lato* A C, *corriſponde al lato* C D *del triangolo* A C D, *coſi la linea retta* A B *corriſponde alla lunghezza* B E, *& ſimilmente, come* A F *corriſponde alla* F G, *coſi fà la* A B, *alla* B H. *Et come* A I *corriſponde allo* I K, *coſi la retta medeſima* A B *corriſponde alla* B L, *faccendo reſpettiuamente comparatione de lati corriſpondentiſi, le quali coſe per le ragioni già piu, & piu uolte allegate ſi ueggono euidentiſsime.*

Come le altezze ſi poſsino miſurare con uno ſpecchio poſto adiacere in terra. Cap. XII.

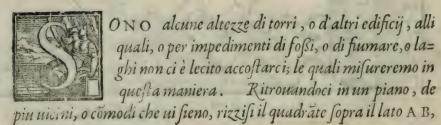
P*IGLISI uno ſpecchio piano come ſarebbe vna ſpera di acciaio, o di criſtallo, & pongaſi adiacere ſopra il piano del terreno. Biſogna dipoi accoſtarſi, o diſcoſtarſi tanto a detto ſpecchio che ſi uegga in eſſo rapreſentarſi la cima della torre, o caſa da miſurarſi; oltre a queſto mandiſi dall'occhio, che ſguarda a terra un filo col piombino. Dicеſi che*

tale

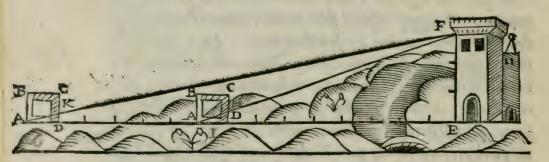
tale proportione harà lo ſpacio intrapreſo infra il piombino del filo, et il centro dello ſpecchio, alla lunghezza di eſſo filo, & piombino, che harà la lunghezza del piano, intrapreſa fra lo ſpecchio, & la baſa della torre da miſurarſi, alla propoſtaci altezza. Seruaci per eſempio, che la torre che ſi harà a miſurare ſia A B, *& lo ſpecchio* C, *& lo occhio che miſura* E, *dal quale ſi mandi il filo a piombo ſino in terra, che ſia* E D, *diceſi che come* C D *corriſponde al* D E, *coſi il* C B *corriſponde alla propoſtaci altezza* B A. *Talche ſe* D E *fuſſe ſei di quelle parti, che il* D C, *è* 5, *a corriſpondentia la altezza* B A *ſarà ſei di quelle parti, che la lunghezza del piano* B C *ſarà* 5. *Miſuriſi adunque* B C, *& aggiungauiſi la quinta parte, & haremmo* A B, *& per maggiore chiarezza ueggaſi la figura, che ſegue: ne uò mancare di dire, che queſta operatione ſi puo fare con vn uaſo di acqua in cambio dello ſpecchio.*

Specchio.

La ragione è che i duoi triangoli A B C, *&* C D E *sono infra loro di angoli uguali: Percioche il raggio della ueduta* E C A *si riflette ad angoli uguali: secondo la sesta della secōda parte della prospettiua commune, & secondo la duodecima, & decimatertia della prospettiua di Vitullione, adunque lo angolo* A C B *è uguale allo angolo* D C E, *& il retto* B *è uguale allo altro retto* D, *secondo la quarta dimanda. Lo altro adunque* B A C, *è uguale allo altro* C E D *secondo la trentunesima del primo di Euclide. Sono adunque i triangoli* A B C, *&* C D E *di angoli uguali, & le corde, o lati che sono sotto ad angoli uguali, sono fra loro proportionali secondo la quarta del sesto. Come adunque il* C D *corrisponde al* D E, *cosi fà ancora il* C B *al* B A. *Onde auiene che se* D E, *linea a piombo sarà uguale alla* D C, *la* A B *a corrispondentia sarà uguale alla* B C. *Et se essa* D E *sarà minore della* D C, *la altezza propostaci* A B *sarà minore ancora dello spacio* B C, *et supererà il* B C *la medesima altezza* A B *in quella proportione, che il* D C *supererà la linea a piombo* D E. *Hauendo dunque notitia di tre cose, ci sarà facile secondo la replicata piu uolte, regolo delle quattro proportionali, ritrouare la quarta.*

Come si misurino col quadrante le altezze, alle quali non ci posiamo accostare, ne misurare la distantia, che sarà fra esse & noi. Cap. XIII.

SONO *alcune altezze di torri, o d'altri edificij, alli quali, o per impedimenti di fossi, o di fiumare, o laghi non ci è lecito accostarci; le quali misureremo in questa maniera. Ritrouandoci in un piano, de piu uicini, o cōmodi che ui sieno, rizzisi il quadrāte sopra il lato* A B,

ouero

ouero A D *con angoli retti da ogni banda, uoltato l'uno de lati, o* B C, *o* A D *alla altezza da misurarsi. Alzisi dipoi, o abbassisi la linda (messo sempre l'occhio al punto* A *) sino a tanto che passando la ueduta dello occhio per amendue le mire arriui alla cima della cosa da misurarsi. Fatto questo guardisi doue batte la linda in quel lato del quadrante, che è uolto uerso detta altezza, & notisi da parte il numero determinatore delle proportioni, che ha il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda. Accosteremoci dipoi, ouero discosteremoci a dirittura della propostaci altezza, o torre, secondo la commodità del piano del terreno; & faremo la secõda operatione della ueduta, considerata mediante la proportione, che ha il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda, & parimente porremo da parte il secondo numero denominatore di tale proportione. Traggasi dipoi il denominatore minore del maggiore delle osseruate proportioni, & serbisi da parte. Fatto questo misurisi lo spacio doue stemo infra l'una positura, & l'altra ad operare intrapreso dallo angolo* A *dell'una, et della altra operatione; & quel numero che ce ne uiene, partasi per quello ultimo, che si serbò da parte, quando si trasse l'uno denominatore dallo altro, & quel che ne uerrà per parte sarà la quantità della propostaci altezza, alla quale non era permesso di accostarci. Perilche se il rimasto numero sarà uno, lo spacio intrapreso infra l'una positura, & l'altra, sarà a punto quanto l'altezza propostaci, perche uno nè partendolo, nè multiplicandolo, non cresce, & non sciema. Ma per maggiore dichiaratione dicasi per esempio, che la propostaci torre sia* E F *impedita da qualche acqua, che habbia allo intorno. Faremo la prima osseruatione, ouero operatione nel punto* G, *nella quale dicasi che la linda battendo nel* C D *intersechi detto lato nel punto* H, *la quale intersecatione sia alle* 20. *parti di quel che tutto il lato è* 60. *Conciosia che*

ſia che il 60. corriſponde al 20. per tripla, cioè per tre tanti, notiſi da parte il 3. denominatore della proportione tripla, o di tre tanti. Torniſi dipoi a dirittura indietro per fare la ſecõda operatione, quale faremo nel punto I, *&* *ſe la parte del lato* D C, *qual ſarà* D K *intrapreſa dalla linda ſara 12. di quelle ſteſſe parti, che tutto il lato del quadrante è 60. perche 60. corriſponde al 12. per quincupla, cioè per 5. tanti; notiſi da parte il 5. che è il denominatore della proportione de 5. tanti. Traggaſi dipoi il 3. del 5. ce ne reſta duoi, ilche ſerberemo da parte. Miſuriſi dipoi lo ſpacio* G I, *&* *ſia per modo di dire 24. di quelle parti, che ciaſcuno lato del quadrante ſarà 4. partaſi 24. per 2. ne verrà 12. che ſaranno le parti della poco fà propoſtaci altezza, alla quale non ci poteuamo accoſtare.*

Come ſi miſurino le altezze, alle quali non ci ſia lecito accoſtarci con il quadrante del cerchio.

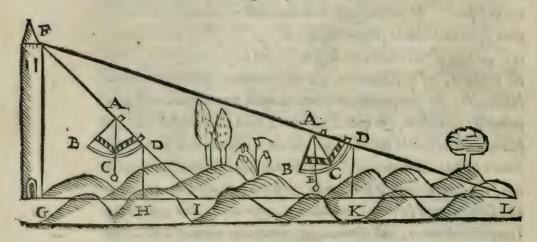
Cap. XIIII.

VOLTISI *il quadrante in maniera, che paſſando la veduta per amendue le mire, arriui alla cima della torre da miſurarſi; &* *notiſi doue batte il filo col piombo, cioè il denominatore della proportione delle parti compreſe dal filo al lato intero del quadrante; &* *notiſi ancora*

cora con l'altro filo, mandato dall'occhio a terra, il punto doue siamo stati a questa prima operatione. Dipoi accostandoci, o discostandoci, secondo ci torna piu commodo, faccisi la seconda operatione nel medesimo modo, & notisi il denominatore, & il sito, come di sopra. Dipoi traggasi il denominatore minore, del maggiore (perche saranno sempre disuguali) & serbisi il tratto da parte. Misurisi vltimamente lo spacio infra la prima, & la seconda positura, & quel numero, che vi ci occorrerà partasi per quello numero, che serbammo da parte quando traemmo l uno determinatore dall'altro, & quel ce ne verrà sarà la propostaci altezza secondo quelle parti o misure, però che noi vsammo poco fà nel misurare lo spacio delle positure. Accadracci adunque (come prima) che il medesimo spacio intrapreso fra l'una, & l'altra positura, sarà quanto la propostaci altezza, ogni volta, che dal trarre l'un denominatore, dall'altro, ce ne rimarrà il numero vno, conciosia che l'uno è indiuisibile.

Ma giouerà molto a queste cose lo esempio. Però dicasi, che l'altezza da misurarsi, alla quale non ci possiamo accostare, sia G F, *& che la prima osseruatione si sia fatto nel punto* H, *& che il raggio della veduta batta nel punto* I, *& il filo col piombo caschi nel punto* C, *la proportione adunque del lato* A D *sarà proportione di ugualità al lato* D C, *denominata dal numero uno. Serbisi adunque l'uno per denominatore. Ritirandoci dipoi indietro, facciasi la seconda osseruatione della veduta, come è a dire nel* K, *doue il filo batta nel lato* B C *al punto* E, *&* B E *sia quattro di quelle parti, che il lato* B C *è* 12. *perche* 12. *corrisponde a* 4. *per tre tanti; notisi per denominatore il* 3. *& per quel che si disse nel Capit. decimo corra il raggio della veduta ad vnirsi col piano al punto* L. *Traggasi dipoi vno, da* 3. *ce ne rimarrà duoi, il qual numero*

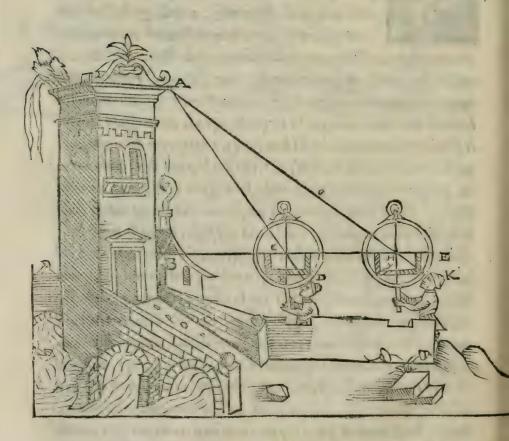
serbisi

ſerbiſi da parte. Miſuriſi dipoi lo ſpacio I L, *che per modo di dire ſia* 20. *braccia, le quali ſi hanno a diuidere per il* 2. *che ci reſtò, & ce ne verrà* 10. *et tanto ſaranno le braccia della propoſtaci altezza* G F, *come nella figura quì di ſotto ſi vede.*

Il medeſimo ancora a corriſpõdentia di quel che ſi diſſe nel Cap. 10. *quando ſi trattò dello aggiugnere, o creſcere proportionalmente le linee del piano. Se oſſeruata la caduta del piombo dallo occhio prima nel punto* H, *dipoi nel* K, *ouero per il contrario, & ſi miſurerà lo ſpacio* H K, *& ſi diuiderà per il numero rimaſtoci nel trarre l'un denominatore dallo altro, cioè per* 2. *ſecondo lo eſempio poco fa addotto. Conciofia che ſe ſi aggiugnerà al generato numero delle miſure, una qual ſi uoglia delle linee a piombo, come* D H, *o* D K *haremmo la detta altezza* F H. *Come per eſempio, ſecondo la paſſata, lo* I L *fuſſe braccia* 20. *lo* H K *ſarà* 13. *&* D H, *ouero* D K *ſarà* 3. *& mezo; onde ſi diuiderà* 13. *per* 2. *ne verrà* 6. *& mezo per parte, al quale numero ſe ſi aggiugnerà* 3. *& mezo, ce ne uerrà* 10. *che ſaranno a punto le braccia, che trouammo eſſer l'altezza* G F. *Et coſi ſi potrà operare delle altre coſe ſimili.*

Come

Come si misuri una distantia, o spazio di alcuna cosa, alla quale noi non ci possiamo accostare, come sono li fossi delle fortezze, o delle città delli nimici, o simili, & ui fussi ancora qualche impedimento di muraglia. Cap. XV.

SIA la fortezza, o la città A B *cinta dal fosso* B D, & *sia il* D, *la prima positura, dalla quale noi misuriamo l'altezza di essa fortezza, o città, & la scala altimetra sia* C F G, *et il razo della ueduta sia* A C D, *che interseghi la nona parte della ombra uersa. Riduchinsi le parti dell'ombra uersa, alla ombra retta (come si insegnò) & traggasi il numero minore dal maggiore, et ce ne resterà 7. Multiplisi dipoi lo intero lato della scala per* D E, *spazio infra le due positure, il quale spazio presuppongasi che sia braccia 23. e mezo, & dipoi diuidasi questa quantità delle braccia per 7. che son le parti della ombra retta, & si trouerrà la altezza della fortezza* A B *essere 40. braccia* & $\frac{2}{7}$. *Dipoi dalla cognition' di questo uerremo in cognitione della* D E, *cioè della larghezza, o distantia del fosso, in questo modo. Riduchinsi le parti della ombra uersa (come si è detto) alle parti della ombra retta, et saranno come si uede già le 16. parti della ombra retta, le quali multiplinchisi per la altezza già trouata della fortezza che son braccia 40.* $\frac{2}{7}$, & *ce ne uerrà* $\frac{4512}{7}$ *il qual numero diuidasi per 12. cioè per tutta la intera parte della scala, & ce ne uerrà la prima cosa tutta la distantia* B E *che sarà 53.* & $\frac{14}{21}$, *dal qual numero traendone la distantia* D E, *che è 23. e mezo, ce ne rimarrà la larghezza del fosso, cioè piedi 30.* $\frac{9}{42}$, *che era quel che si cercaua. Imperoche si come di già si è prouato in quel modo che* H Y, *intero*

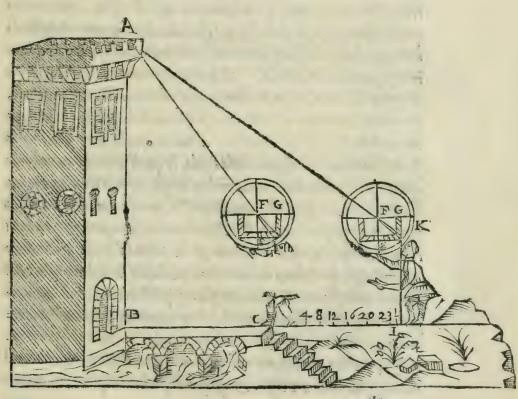
lato della ſcala nella ſeconda poſitura corriſponde allo Y K, 16. *par= ti, cioè di ombra retta coſi la* A B *altezza della fortezza corriſponde alla* B E *diſtantia dalla fortezza nella vltima poſitura, ſarà adun= que la medeſima proportione nell'un luogo, & nell'altro, che era quel che voleuamo prouare. Ma biſogna ben auertire che le par ti della ſcala della ſeconda poſitura ſieno, o della ombra verſa (co= me ſi vede nello eſempio) o nella ombra retta, ſempre ſi hanno a multiplicare per la altezza della fortezza, & quel che ne viene par tire per lo intero lato della ſcala. Porraſſi adunque per quel che*

ſi aſpetta

si aspetta alla regola delle tre cose, per il primo numero tutte le intere parti della scala, cioè per 12. & per il secondo numero le parti intersegate della scala nel secondo luogo, & nel terzo la altezza della torre, & con questa regola come si è detto non dubiteremo del quarto termine.

Puossi ancora misurare detta altezza con l'Astrolabio, pur che ci trouiamo in luogo piano commodo da poterci accostare, o discostare da essa per qualche poco di spacio. La prima cosa piglieremo con la nostra linda la altezza che vorremo misurare di qual si voglia torre, o cosa, dipoi noteremo il luogo doue saremo stati con vna linea in esso piano, & le chiameremo la prima positura, & considereremo le parti intersegate della scala dalla linda, le quali diciamo che sieno noue della ombra retta. Dipoi partendoci da quel luogo, & ripigliando la medesima altezza: ma intersegando le noue parti della ombra versa con la nostra linda; noteremo quel secondo luogo, il quale chiameremo la seconda positura. Dipoi fatto questo ci bisogna ridurre le parti della ombra versa alla ombra retta, ilche si fa in questo modo. Multiplichisi lo intero lato della scala in se stesso quadratamente, cioè 12. per 12. & ce verrà 144. & poi si diuida questo numero per le parti intersegate dalla linda della scala dell'ombra retta, cioè per noue, & ce ne resterà 16. che saranno già le ridotte alle parti della detta ombra retta. Di questi duoi numeri sempre trarremo il minore del maggiore, cioè il 9. dal 16. & ce ne resterà 7. dipoi misureremo con passi, o braccia lo spacio, che è infra le due positure, & per modo di esempio sia 23 $\frac{1}{2}$, noi haremo già cognitione di tre termini, cioè della altezza della scala, che è dodici parti, & dipoi delle sette parti della ombra retta, & delle 23. braccia & mezo, che sono fra la prima & la seconda positura. Talche per la regola delle tre cose verremo in cognitione del

quarto termine in questo modo, se 7. mi da 23. e mezo, che mi darà 12. *intero lato della scala? che è il medesimo che se si dicessi se 7. mi dà 12. che mi daranno 23. e mezo. Multiplichisi adunque lo ultimo numero per quel del mezo, & partasi per 7. & ce ne verrà da quel che resta la desiderata altezza, cioè* 40 $\frac{2}{7}$. *ilche si pruoua in questo modo. Sia la altezza da misurarsi* A B, *& la prima positura nostra sia* C, *& la scala altimetra* F E D G, *& la veduta dello occhio che passa per le mire della linda sia* A H, *& la seconda positura sia* I, *& il razo della veduta sia* A F K, *& la scala di nuouo sia* F G D E *per tanto si come* E D *intero lato della scala corrisponde alla* H E, *parti della ombra retta intersegate dalla linda, cosi la* A B *altezza della torre, corrisponde alla* B C, *che è la distantia fra la prima positura & la cosa da misurarsi, secondo la quarta del sesto di Euclide. Et di qui auiene che per la proportione che ei chiamano la contraria, ouero riuolta, come* F E *corrisponde alla* A B, *cosi fa la* E H *alla* B C, *& nel medesimo modo come nella seconda positura, la* E D *corrisponde alla* E K, *cosi fa la* A B *alla* B I, *per la medesima quarta del sesto di Euclide. Adunque per la proportione riuolta si come la* E D *(che è la medesima che la* F E, *imperoche dicemmo che era uguale) corrisponde alla* A B, *cosi fa la* E K *alla* B I, *la medesima proportione adunque che harà la* F E *alla* B A, *tale la harà ancora la* E H *alla* B C, *& la* E K *alla* B I. *Imperoche leuisi via secondo la quarta del primo di Euclide la* E H, *cioè la parte uguale a quella dalla* E K, *ci rimarrà lo spazio* K D, *& cosi ancora dalla* B I *leuisi similmẽte* B C, *quel che ce ne rimarrà sarà* C I, *adunque in quel modo, che il restante* K D *corrisponde al restante* C I, *cioè allo spazio infra le due positure, cosi la* F E *intero lato della scala corrisponde alla* A B, *cioè alla altezza della torre. Imperoche se la quantità di vna parte come per modo di dire, è la* E K, *che sono le parti*

intersegate

interſegate della ſcala nella ſeconda poſitura, haranno la medeſima proportione alle parti della altra quantità, cioè alla B C, *che è lo ſpa zio infra la prima poſitura, & la coſa da miſurarſi, del tutto, cioè* E K, *al tutto* B I, *che è la diſtantia fra la ſeconda poſitura & il luo= go da miſurarſi, harà ancora la medeſima proportione il reſtante* K D *al reſtante* C I, *ſecōdo la nona del quinto di Euclide, che era quel che noi voleuamo prouare. Finalmente ſe nell'una & nell'altra poſitura le parti interſagate dalla linda fuſsino della ombra retta traendo ſempre il numero minore dal maggiore, tenendo nell'altre coſe il modo che ſi è inſegnato, trouerremo ſempre la altezza che noi*

cerchiamo.

cerchiamo. Et se in amendue le positure le parti fussino della ombra versa, riducendole alle parti della Ombra retta (come si insegnò) & traendo poi il numero minore del maggiore, nel medesimo modo vedremo che ci riuscirà lo operare.

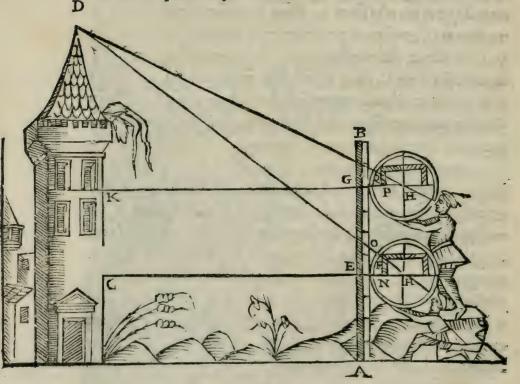
Come si posi misurare la detta altezza, alla quale non ci possiamo accostare, con una positura sola.

Accomoderemoci la prima cosa di una canna da misurare, scompartita in quarti di braccia, o a soldi & a danari come altra volta si è detto, & la rizzeremo a piombo in quel luogo doue vorremo stare ad operare, & adatteremo dipoi il nostro Astrolabio a qualche parte di essa da basso, & guardando per le mire della linda l'altezza dalla torre, considereremo qual parte della scala venghino intersegate da detta linda. Dipoi trasportando lo Astrolabio lo accommoderemo a qualche altra parte piu alta della nostra canna, & medesimamente guarderemo per le mire della linda la altezza da misurarsi, & considereremo di nuouo quelle altre parti della scala venghino intersegate dalla linda, le quali se saranno, nell'una operatione et nella altra, della ombra uersa traggasi il numero minore dal maggiore, & serbisi quelche resta, per il primo numero della regola delle proportioni, & il secõdo numero, sarà quella parte della canna intrapresa infra la prima & la seconda applicatione dello Astrolabio, & il terzo numero sarà quello che sarà il maggiore delle parti intersegate, se adunque si multiplicherà il secondo numero per il terzo, & si partirà quel che ce ne verrà per il primo, haremmo senza dubio la altezza che noi cercauamo. Ma se le parti intersegate saranno nell'una parte & nell'altra dell'ombra retta riduchinsi all'ombra versa, & questo si farà multiplicando tutto il

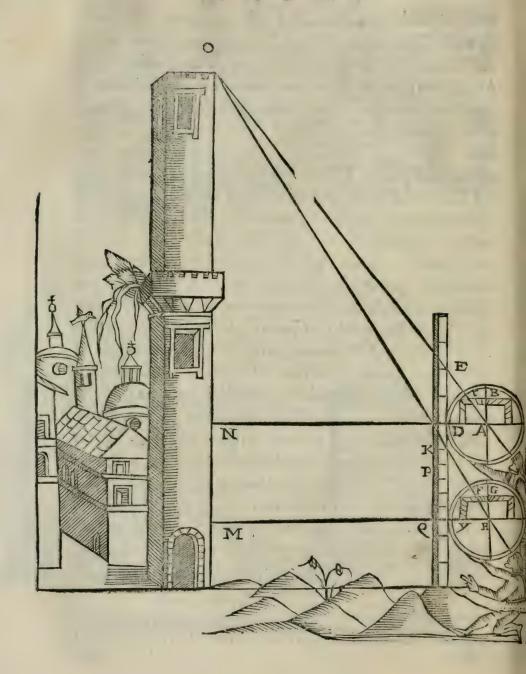
lato

lato della ſcala in ſe ſteſſo, & diuidendo quel che ce ne verrà per le parti interſegate. Imperoche queſta permutatione delle ombre ſi fa mediante la mutatione della ſcala, la quale in queſto luogo, noi per piu facile dimoſtratione della coſa, collochiamo nella parte di ſopra dello Aſtrolabio. Le altre coſe non variano da quello che noi inſegnammo delle parti dell'ombra verſa. Sia adunque per noſtro eſempio la torre da miſurarſi C D, *& la canna poſta a piombo* A B, *& la prima applicatione dello Aſtrolabio accommodato alla canna ſia* E, *& per le mire della linda diriziſi la veduta al* D *altezza della torre, & la ſeconda applicatione dello Aſtrolabio alla canna nella parte piu alta ſia al* G, *donde medeſimamente ſi dirizi la veduta al* D, *& ſiano le parti interſegate amendue nell'ombra verſa, l'una alle* 10. *l'altra alle* 9. *parti, & la portione intrapreſa della canna fra* E *&* G, *ſia* 4. *de ſuoi ſoldi, multiplichiſi* 4. *per* 10. *& ce ne verrà* 40. *il qual numero ſe ſi diuiderà per* 1. *che è la differentia delle parti interſegate, ci reſterà pure* 40. *il qual numero ſarà quello dell'altezza della torre che ſi cercaua. Et queſto ſi dimoſtra in queſto modo. Sia un lato dello Aſtrolabio nell'application di ſopra, come ſe haueſſimo volto il detto Aſtrolabio ſozopra* H P, *& nel guardare al* D *la linda interſeghi la ſcala nel punto* Q. *& nell'application di ſotto ſia un lato della ſcala* H N, *& la linda interſeghi l'altro lato di detta ſcala nel punto* R, *& haremmo di già* 4. *triangoli, cioè* D H K, *&* Q H P, *nell'applicatione di ſopra, & altre tanti nell'applicatione di ſotto* D H C *&* O H N, *i lati de quali ſaranno proportionali. Imperoche ſi come* H P *corriſponde allo* H K, *coſi corriſponderà ancora* P Q *alla* K D, *& coſi come* H N *(che è la medeſima che la* H P*) corriſponde alla* H C *(che è la medeſima che la* H K*) coſi ſarà la* N O, *alla* C D, *& quelle coſe che ſono proportionali ad alcuna coſa, ſono ancora proportionali fra di loro. Leuiſi*

adunque

adunque dalla N O, *quanto è la* P Q. *cioè* R O, *& similmente dalla* C D, *quanto è* K D, *il restante* N R, *harà la medesima proportione al restante* C K, *ouero* E G *(che è la medesima) che harà il tutto* N O, *al tutto* C D, *secondo la dicianouesima del quinto di Euclide. Per tanto noi habbiamo di già cognitione della* N R, *& della parte della canna intrapresa fra la prima & la seconda applicatione dello Astrolabio, cioè* E G, *& ancora della* N O, *perilche non ci sarà difficile, mediante la regola del 3. molte volte già detta, venire in cognitione del quarto termine, cioè del* C D, *altezza della torre, che era quello che si cercaua.*

E se le parti della scala intersegate, fussero nell'una applicatione dello

dello Astrolabio & nell'altra, nell'ombra retta, come si vede nella figura che segue, la dimostratione sarà quasi la medesima, imperò che si come la C B, *corrisponde alla* B A, *cosi fa la* A D *alla* D E, *& hauendo noi cognitione de' tre primi termini verremo facilmente in cognitione del quarto. Ancora nella applicatione dello Astrolabio da basso alla canna, si come la* F G *corrisponde alla* G H, *cosi fa la* H Y *alla* Y K, *& hauendo cognitione de' tre primi termini, sapremo ancora il quarto. Di nuouo come corrisponde la* A D *alla* D N, *cosi fa la* D E *alla* N O, *& il simile fa la* H Y *alla* Y M, *ouero ilche è il medesimo la* A D *alla* D N, *come la* Y K *alla* M O, *adunque come* D E *corrisponde alla* N O, *cosi fa la* Y K *alla* M O. *Et se si leuerà dalla* Y K *quanto è la* D E, *ce ne resterà* P K, *& cosi leuando dalla* M O *quanto è la* N O, *ce ne resterà* M N. *Dico che quel restante* P K *harà la medesima proportione al restante* M N, *ouero* Q R *(perche sono uguali) che quella che harà tutto lo* Y K *al tutto* M O. *Et hauendo noi mediante le cose dette già cognitione de' tre termini, non haremo da dubitare del quarto. Ultimamente se in una delle applicationi dello Astrolabio le parti della scala fussino nell'ombra versa, & nell'altra applicatione nell'ombra retta, riduchinsi le ombre verse nelle rette (si come si insegnò) & l'altre cose si metteranno in essecutione con la medesima regola. Potrassi ancora far questo medesimo senza hauer a far la redutione, se si multiplicheranno le parti verse nelle rette, & si trarrà quel che ce ne uiene da* 144. *numero quadrato del lato della scala, & porremo poi quel che ce ne resterà nella regola delle tre cose p il primo numero, et per secondo esso quadrato della scala, cioè* 144, *et per terzo essa portione della canna intrapresa fra l'una, & l'altra applicatione, et multiplicando il secōdo per il terzo, & partendo quel che ce ne uiene p il primo, ne nascerà l'altezza della torre che cercauamo di sapere.*

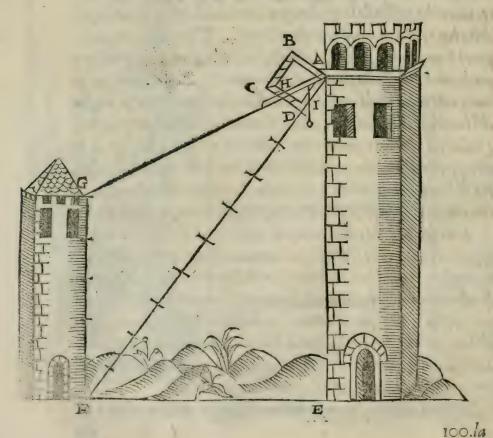
O
N
M
E
B
D
A
K
P
G
Q
Y
H

Come trouandosi sopra una torre possiamo misurare una torre minore, & cosi trouandosi su la minore misurare la maggiore con il quadrante. Cap. XVI.

S*IA la torre maggiore* E A, *di cima della quale vogliamo misurare la torre* F G *pongasi lo angolo* A *del quadrante alla cima della torre maggiore volto il lato* C D *alla torre minore. Pongasi la linda a dirittura del lato del quadrante* A D, *& alzisi, o abbassisi detto quadrãte, tanto che passando la veduta per amendue le mire, arriui al piè della basa della torre minore da misurarsi. Dipoi senza muouere punto il quadrante, alzisi, o abbassisi la linda, tanto che la veduta per le mire arriui alla cima* G *di detta torre. Fatto questo lascisi cadere da detta linda un filo col piombino sopra qual parte si voglia del lato* A D *del quadrante, come sarebbe a dire dalli punti* H I. *Considerisi dipoi che proportione habbia la parte* A I *del lato* A D *intrapresa dal filo, che casca dalla linda, con la altezza del filo, che è fra la linda, & detto lato* A D, *perche il raggio della veduta* A F, *harà la medesima proportione con la propostaci minore altezza* F G.

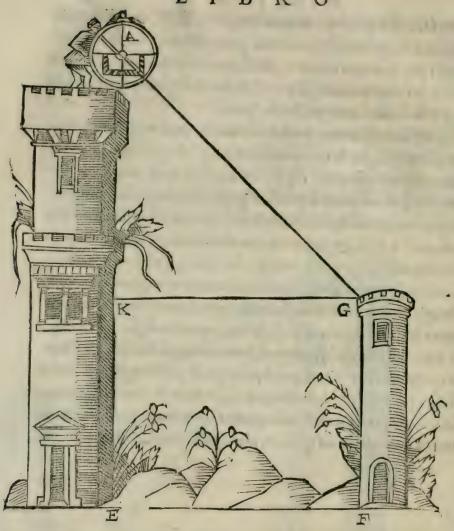
La ragione è che i duoi triangoli A H I, *&* A F G *sono di angoli uguali; conciosia che lo angolo* A *è comune all'uno, & all'altro. Et lo angolo* A H I *dal lato di dentro, & dalla medesima bãda, è uguale allo angolo* A G F, *& medesimamente lo angolo* A I H, *è uguale allo angolo* A F G, *pur di dentro, & dalla medesima banda, secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Talmente che in quella proportione, che* A I *corrisponde allo* I H, *corrisponderà ancora il raggio della veduta* A F, *alla propostaci altezza* F G.

Bisogna adũque sapere la quãtità del raggio della veduta A F,

 che

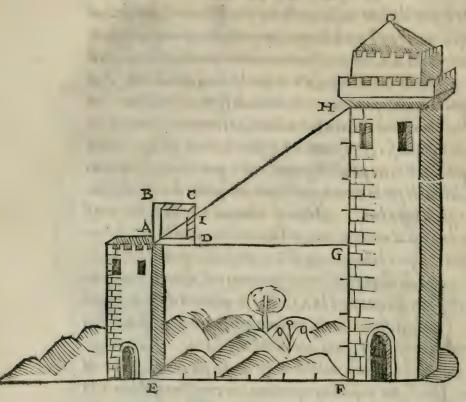
che la ſaperemo in queſto modo, miſureremo un filo mãdato giù col piombino, che ſia A E, *dipoi partiremo* E F *con quella regola, che ſi diſſe nel Cap.3. di queſto lib. nell'operatione ultima. Dipoi multiplichiſi l'una, & l'altra* A E, & E F, *ciaſcuna da per ſe in ſe ſteſſa, & raccolghinſi inſieme dette multiplicationi, & di tale raccolto tragaſi la radice quadrata, la quale ſarà il lato* A F *del triangolo ad angolo retto* A E F *ſecõdo la quarantaſetteſima del primo di Euclide. Ma per piu facile dimoſtratione ſeruaci per eſempio, che* A E *ſia otto parti, &* E F *ſei, multiplichiſi 8. in ſe ſteſſo farà 64. & 6. ancora in ſe ſteſſo farà 36. raccolgaſi dipoi il 64. e'l 36. farà*

100.*la*

100. la radice quadrata del qual 100. è 10. diceſi, che 10. braccia ſarà la A E, *et caſchi il filo* H I *nel punto del mezo di eſſa* A D, & *ſia* A I *per dua tanti della* I H, *ſarà ancora* A F *dua tanti ad eſſa* F G, & *per conſequentia eſſa* F G *ſarà cinque di quelle parti, che tutto* A F *ſarà dieci, come moſtra la figura.*

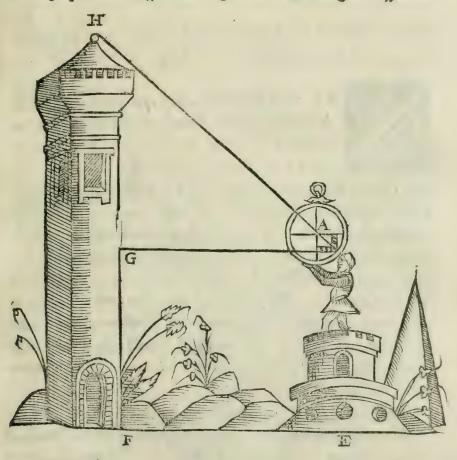
Miſureraßi ancora queſta torre minore con lo Aſtrolabio, & per eſempio ſia pur la torre piu alta A E, *et da eſſa habbiamo a miſurare la piu baſſa* G F. *Pigliſi la prima coſa la diſtantia* E F, *come ſi inſegnò nel quarto capitolo di queſto libro, la quale ſarà uguale alla* G K, & *dirizando la linda al* G *haremo da queſto duoi triãgoli, cioè* A K G, & *l'altro cauſato dalla linda* & *dalla ſcala altimetra nello Aſtrolabio, onde per la regola già altra volta detta, i lati loro ſaranno fra loro ſcambieuolmente proportionali. Concioſia che coſi come le parti della ſcala interſegate, corriſponderanno allo intero lato di eſſa ſcala, coſi fa la* K G, *uguale ad eſſa* E F, *al lato* K A. *Multiplichiſi adunque lo intero lato della ſcala per il lato* K G, & *quel che ce ne verrà ſi parta per le parti interſegate della ſcala,* & *ce ne verrà la altezza* K A, *la quale ſe ſi trarrà da tutta la* A E, *già (come ſi diſſe) altezza notaci, mediante la fune ce ne rimarrà* K E, *uguale ad eſſa* G F, *che è quello che ſi cercaua.*

Come

Come da una torre baſſa ſe ne poſſa miſurare una piu alta,o qual ſi uoglia altiſsimo monte.

Et ſe per il contrario, noi voleßimo ſtando in cima di vna torre minore, miſurare la maggiore, come ſarebbe a dire, che trouandoci ſopra

sopra la E A *volessimo misurare la* F H *faccisi in questo modo. Fermisi il quadrante per lo lungo, & per il diritto di essa* A E, *in tal maniera che* B A, & A E *faccino insieme una linea retta, & il lato* C D *si volti verso l'altezza* F H, *qual si harà a misurare. Pongasi dipoi la linda sopra il lato* A D *(tenendo fermo il quadrante) & posto l'occhio alle mire, corra la veduta alla cima di* F H, *che è l'altezza da misurarsi, & il punto che ci darà la linda sia* G. *Sarà adunque* A E F G *un parallelogramo, ouero quadrilungo, i lati contrarij, del quale per la trentaquatresima del primo di Euclide, saranno uguali infra loro. Misurisi adunque* A E *mediante un filo mandato giù al modo usato, & sapremo quanta è la* F G. *Veggasi dipoi di sapere la lunghezza di* E F, *mediante quella regola, che nel terzo capitolo di questo libro, insegnammo nell'ultima demostratione, & saperassi quanta è la* A G, *cioè la quantità della nostra ueduta. Alzisi dipoi la linda, tenendo pur fermo il quadrante, tanto che per le mire si vegga la cima della altezza* H. *Fatto questo notisi doue batta la linda nel lato* C D, *& sia per modo di dire nel punto* I. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde il lato* A D *alla parte* D I, *corrisponderà ancora il raggio della veduta* A G *alla parte della altezza* G H, *come largamente si espose nello ottauo cap. Saputa adunque che haremo la lunghezza* G H, *aggiūgasi alla* F G, *acciò habbiamo tutta la lunghezza* F H. *In queste cose, & nelle altre simili è di necessità fare due volte la osseruatione, ma per maggiore chiarezza porremo doppo la figura lo esempio, acciò si faciliti quanto piu si puo il modo.*

Seruaci per esempio, che E F, *cioè* A G *sia* 24. *braccia,* & F G *braccia* 16. & D I *sia parti* 40. *di quelle, che tutto il lato del quadrãte è* 60. *perche* 60. *corrisponde al* 40. *per sesquialtera, cioè per la metà piu. Dicesi che il raggio della veduta* A G, *sarà ancor esso per vna uolta, & mezo la* G H. *Multiplichinsi adunque le* 24. *braccia* A G, *per* 40. *ce ne verrà* 960. *ilche partasi per* 60. *ce ne verrà* 16. *per parte, et tante braccia sarà essa* G H, *alle quali aggiunghinsi le* 16. *braccia di essa* F G, & *ce ne verrà* 32. *braccia, et tanto sarà la propostaci altezza* F H. *Da questi esempi si posson cauare molte altre misure, come potrà un ragioneuole ingegno da se stesso giudicare.*

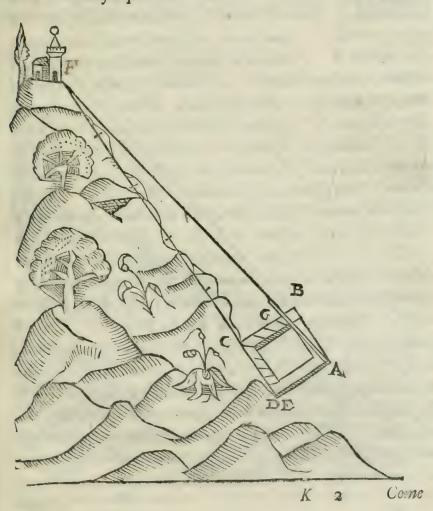
Questa

Questa ancora si potrà misurare con lo Astrolabio, sia la torre bassa A E, *dalla quale noi vogliamo misurare la piu alta che sia* H F, *la prima cosa piglisi, come si è insegnato la distantia* E F, *la quale di necessità sarà uguale ad essa* A G, *et* G F *sarà uguale alla* A E, *dirizisi la linda alla* H, *&* *haremo duoi triangoli, cioè* A G H, *&* *quel che si fa dalla linda & dal lato della scala dello Astrolabio, i lati de quali saranno per la quarta del sesto di Euclide, scambieuolmente proportionali, essendo di angoli retti, & lo angolo* A *essendo*

comune a l'uno & all'altro, perilche secondo che lo intero lato della ſcala corriſponde alle parti interſegate ſue, coſi farà il lato A G *ugua le (come ſi diſſe) allo* E F, *di neceſsità al lato* G H. *Multiplichiſi adunque il lato che fanno le parti interſegate per* A G, *lato già a noi manifeſto, & diuidaſi quel che ne viene per lo intero lato della ſca la, & ce ne verrà la altezza* H G, *la quale ſe noi aggiugneremo alla altezza* A E *già (come ſi diſſe) notaci mediante la fune, eſſendo ella uguale alla* G F, *haremo la intera altezza* H F, *che noi cercauamo.*

Come ſi miſuri una lunghezza di un pendio d'un mon te con il quadrante. Cap. XVII.

*E*L *medeſimo modo, che ſi operò nel miſurare una lunghezza a piano, ſi potrà operare nel miſurare un pendio di un monte. Sia adunque il propoſtoci pen dio* E F, *porremo il quadrante* A B C D *ſopra il la to* C D *per lo lungo, & a diritto di eſſa* E F, *ponendo lo angolo* D *ſo pra il termine* E, *& voltiſi il lato* B C, *alla cima* F, *ſecondo il ſoli to, come già ſi è detto. Pongaſi poi lo occhio allo angolo* A, *& al ziſi, o abbaſsiſi la linda tanto, che per le mire ſi vegga la cima* F. *Fatto queſto guardiſi doue batte la linda nel lato* B C, *& dicaſi che batta nel punto* G. *Diceſi, che in quella proportione, che corriſpon de il lato* A B, *alla parte* B G, *corriſponderà ancora la lunghezza* E F, *al lato* A D. *Ma per piu chiarezza ſeruaci, che* B G *ſia* 10. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche* 60. *corriſponde al* 10. *per ſeſcupla, cioè per ſei tanti, la propoſtaci lunghezza* E F, *ſa rà medeſimamente per ſei tanti la* A E, *ouero la* A D, *cioè per il la to del medeſimo quadrante. Talche ſe il lato fuſſe tre braccia, la detta lunghezza* E F, *ſarebbe braccia* 18. *Et ſe il monte fuſſe inter rotto,*

rotto, o scosceso, talche non si possa osseruare, quel che si è detto, biso gnerà misurarlo a modo della torre, o d'altra cosa ritta sopra il piano del terreno, come si mostrò nel Cap. 8. & nelli altri tre, che doppo li seguono.

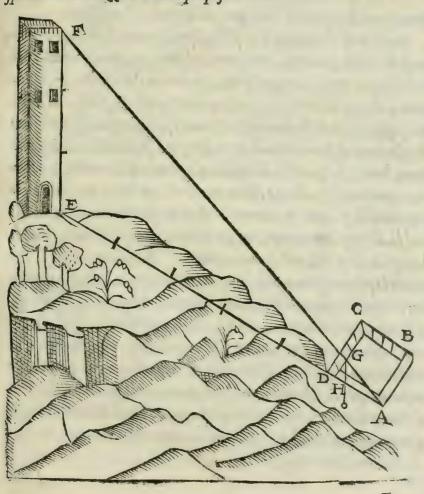
La ragione è per la ugualità delli angoli de triangoli A B G, *&* A E F, *& de lati proportionali molte volte dimostri ne passati Capitoli. Però non si replica.*

Come ſtando a piè di un mõte ſi miſuri la altezza d'una torre poſta in cima del monte. Cap. XVIII.

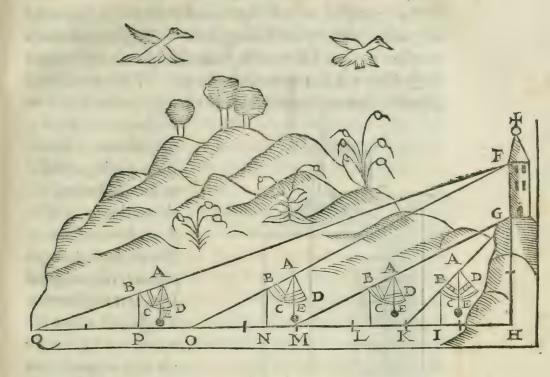
SIA *la propoſtaci torre* E F, *poſta in cima del monte, chiamato* A E, *& noi col quadrante al piè del monte* A. *Biſogna prima trouare la lunghezza del pendio del monte* A E, *in quel modo, che ſi diſſe nel paſſato capitolo. Il qual pendio proſopponiamo di hauer trouato eſſer braccia* 18. *Fatto queſto pongaſi il quadrante ritto ſopra il termine* A, *uoltando il lato* A D, *& il lato* C D *all'uſato verſo la torre* E F, *alziſi dipoi, o abbaßiſi la linda, talmente che per le mire ſi uegga la cima* F. *Dipoi non mouendo punto il quadrante, attachiſi alla linda un filo col piombino, che caſchi in qual parte ſi uoglia del lato* A D, *il qual filo per modo di eſempio ſia* G H, *che diuida eſſo lato* A D *nel punto* H, *& ſia nel mezo infra* A *&* D. *Miſuriſi dipoi la parte del filo* G H *intrapreſo dalla linda, & dal lato* A D, *diſtendendo la detta portione del filo* H G *ſu per il lato* B C, *o ſu per il lato* C D. *Diceſi, che in quella proportione, che corriſponderà la intrapreſa parte* A H, *alla parte del filo, che caſca a piombo* G H *corriſponderà ancora il pendio del mõte* A E *alla altezza della torre* E F. *Seruaci per eſempio, che* A H *ſia* 30. *&* H G *ſia* 15. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche il* 30. *corriſponde al* 15. *per dua tanti, la lunghezza* A E *ſarà ancora eſſa per dua tanti dell'altezza della torre* E F. *Et hauendo preſuppoſto, che la lunghezza* A E *ſia* 18. *braccia, la altezza dunque* E F *propoſtaci, ſarà* 9. *braccia ſimili. Et ſe piu chiaramente ne vorremo fare eſperienza per la regola delle quattro proportionali, multiplichiſi* 18. *per* 15. *ce ne uerrà* 270. *ilche partito per* 30. *ce ne verrà* 9. *per parte,*

le quali

le quali cose si vedranno piu chiare mediante il disegno, che poco lontano porremo in carta.

La ragione delle dette cose è che i duoi triãgoli A G H, & A E F *sono fra loro di angoli uguali per la ventinouesima del primo, molte volte allegata. Et perche lo angolo* A H G *dal lato di dentro, & dalla medesima banda è uguale allo angolo* A E F, *accade per la quarta del sesto, che come* A H *corrisponde ad* H G, *cosi la* A E *corrisponde alla altezza* E F *della propostaci torre.*

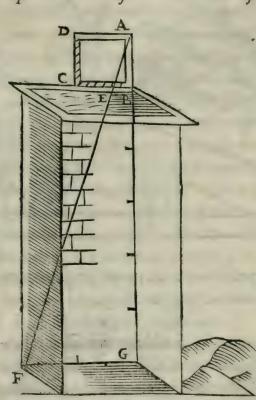
Et

Et se la detta torre fussi collocata sopra di un monte, che fusse talmẽte scosceso, o pieno di interrotti precipitij, che la non si potesse misurare, nel passato modo, misureremola in questo altro. Da un piano conuicino al monte piglieremo prima la altezza del monte; & dipoi l'altezza della torre, & del monte insieme, & raccolta dipoi l'una, & l'altra, in quel modo, che si disse nel Cap.8. bisogna trarre l'altezza del monte dal raccolto del monte, & della torre, che è sopra del monte, & ce ne rimarrà la altezza della propostaci torre. Ilche per piu chiarezza, esaminisi con l'uno quadrante, & con l'altro.

Sia la propostaci torre F G *posta sopra il monte scosceso, & pieno di interrotti precipitij, ritta però a piombo. Arrecheremoci col nostro quadrante in un piano posto allo intorno del monte, & piglieremo l'altezza del monte, secondo quella regola, che si disse nel decimo capitolo, con le due vedute. Seruaci per esempio del primo modo osseruato della veduta il* K M, *& per il secondo lo* I L, *insieme con le linee* D I, *&* D L, *che caschino a piombo dallo occhio* D *a terra, uguale ad essa altezza del monte* G H, *& l'una, & l'altra sia per modo di esempio* 12. *canne. Esaminisi dipoi la altezza* F H, *cioè la altezza del monte* G H, *& della torre* G F *insieme, secondo la regola, che si disse nel decimo capitolo, Et sia ancora* O Q *secondo la prima osseruatione, ouero* N P *insieme con le linee a piombo* D N, *&* O P, *secondo la seconda osseruatione, uguale a detta* E H, *& l'una, & l'altra sia canne* 18. *Traggasi finalmente l'altezza* G H, *della altezza* F H, *cioè* 12. *canne delle* 18. *ci rimarrà la propostaci altezza della torre, essere canne* 6. *le quali cose tutte, tratte medesimamente dal decimo capitolo, insieme con la figura, che segue, si sono poste con euidentissima proportione, acciò seruino a dare lo esempio di quel che si deue osseruare in dette cose, o in altre simili.*

Come

Come si misurino le profondità de pozzi, o altre profondità che caschino a piombo. Cap. XIX.

NEL misurare i pozzi, si debbe intendere la loro profondità esser quella, che è dalla sponda alla superficie dell'acqua. Perche non penetrando la ueduta oltra la acqua, et in essa ripercotendosi, come in specchio, non intendo di parlarne, auuertiscasi oltra di questo, che non si possono misurare ancora quei pozzi, che per la gran profondità loro, come spesso interuiene di quelli, che sono sopra i monti, non puo l'occhio uedere i termini del fondo loro, cioè la superficie dell'acqua. Ma quãdo sono tali, che detta superficie si discerna, faremo in questo modo.

Sia

Sia il propostoci pozzo di forma quadra B E F G, *la profondità del quale* B G, *o* E F *si habbi da misurare. Rizisi il quadrante so pra il lato* B G, *per il diritto della faccia della sponda di esso pozzo* B E, *& il lato* A B *sia a dirittura di esso* B G. *Posto dipoi l'occhio al punto* A, *muouasi tanto la linda, che si vegga per amendue le mi re il termine del fondo* F, *posto al trauerso del* B G. *Fatto questo guardisi do ue batte la linda nel lato del quadrante* B C *dicasi, che batta nel punto* I. *Dicesi, che in quella pro portione, che corrisponde la parte* H B *al lato* B A, *corrispõderà ancora il* G F, *cioè il* B E *(conciosia che e' sono uguali) alla propostaci lunghezza, o profondità* A G. *Seruaci per esempio, che* B H *sia* 20. *di quelle parti, che il lato del quadrãte è* 60. *Misurisi dipoi* B E, *che per modo di esempio dicasi, che sia braccia* 6. *sarà ancora braccia* 6. G F, *conciosia che e' sono lati opposti, & corrispondentisi del paralellogramo, ouero quadrilungo* B E F G, *i quali per la trentaquatresima del primo di Euclide, sono fra loro uguali. Multiplichisi adunque* 6. *per* 60. *& ce ne verrà* 360. *il qual numero partasi per* 20. *& ne haremo per ogni*

ogni parte 18. *sarà adunque* 18. *braccia la* A G, *dalle quali se si trar rà la* A B, *quale per modo di dire sia* 3. *braccia, trouueremo la pro= fondità del pozzo esser braccia* 15.

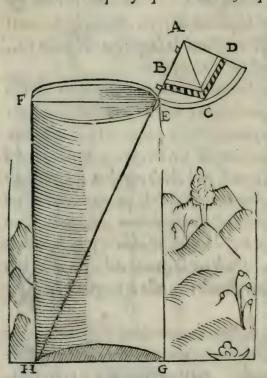
La ragione è, che i duoi triangoli A B H, & A G F *sono infra lo ro di angoli uguali, per la ventinouesima del primo di Euclide, & lo angolo* A B H, *è uguale allo angolo* A G F *(conciosia che l'uno, & l'altro è retto) adunque per la quarta del sesto, auiene che si come* H B *corrisponde alla* A B, *cosi corrisponde la larghezza del pozzo* F G, *alla lunghezza* G A *composta di* B A, & G B.

Potrassi ancora saper il medesimo in questo altro modo. Misu risi H E, & *sia per modo di esempio* 5. *braccia, multiplichinsi* 5. *per* 60. *ce ne verrà* 300. *ilche partito p* 20. *ce ne verrà* 15. *come prima.*

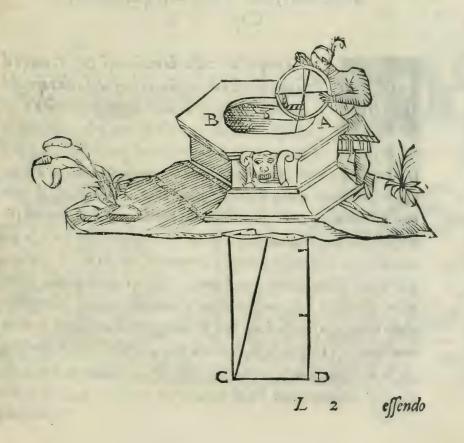
La ragione è, che i tuoi triangoli A B H, & H E F, *sono medesi mamēte fra loro di angoli uguali, però che lo angolo* A H B, *è uguale allo angolo* E H F, *postoli dirincontro, secōdo la quintadecima del pri mo di Euclide, & medesimamēte lo angolo retto* B, *è uguale all'an golo* E, *l'altro adunque* B A F, *è uguale all'altro* H F E, *secondo la trentaduesima del primo. Onde per la quarta del sesto, come* H B *corrisponde alla* B A, *cosi corrisponde* H E *alla* E F, *uguale per la me desima ragione alla* B G.

Ma quando il pozzo fusse tondo auuertiscasi il diametro della sponda del pozzo, & il resto si faccia come si è detto. Ma con l'al= tro quadrante in questo modo. Sia il pozzo tondo E F G H, *il dia= metro del quale sia* E F, *ouero la sua uguale* G H. *Accomodisi il quadrante alla sponda di detto pozzo talmente, che la fine del lato* A D, *si congiunga con il punto* E, *alzisi dipoi, o abbassisi il quadran= te, lasciando sempre andare il piombo libero, tanto che per amendue le mire si vegga il termine del fondo di detto pozzo arrincontro* H. *Fatto questo senza muouere punto il quadrāte, guardisi doue batta*

L il filo

il filo nel lato C D. *Dicasi per esempio, che batta nel punto* I. *In quella proportione, che corrisponde la parte* D I *intrapresa dal filo, al lato* D A, *corrispõderà ancora la* G H, *o la sua uguale* E F *alla propostaci lungezza della profondità. Misurisi adunque* E F *uguale a detta* G H, *qual sia per modo di esempio 9. braccia, & D I sia 6. di quelle parti, che tutto il lato del quadrante è 12. perche il 12. corrisponde al 6. per dua tanti, lo* E G *similmente sarà per dua tanti dello* E F, *ouero* G H, *uguale, come poco fa dicemmo alla* E F. *Multiplichinsi adunque 9. per 12. & ce ne uerrà 108. ilche partito per 6. ne viene 18. per parte, et tante braccia sarà la profondità* E G *propostaci, In tutte l'altre cose si opererà a corrispondentia.*

La ragione è, che i duoi triãgoli A D I, & E G H *sono infra di loro di angoli uguali, perche lo angolo* G E H, *è uguale da lato di dentro, & dalla medesima banda allo angolo* D A I, *secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Conciosia che la diritta* A H, *taglia a trauerso la* A I, & *la* E G, *che sono paralelle, & medesimamente lo angolo* D *è uguale, essendo retto, allo angolo retto* G, *secondo la quarta dimanda. Il rimanente angolo adunque*

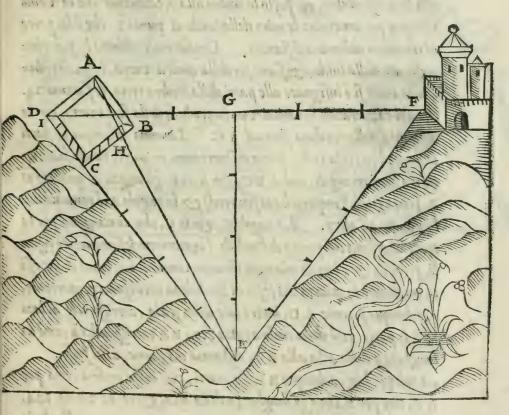
AID *è uguale allo altro* EHG, *per la trentaduesima del detto di Euclide. In quella proportione adunque, che corrisponde il lato* ID *al lato* DA, *corrisponderà ancora il lato* HG *al* GE, *secõdo la quarta del sesto, conciosia che sono corde sotto ad angoli uguali.*

Questo medesimo faremo ancora con lo Astrolabio, perche poi che sapremo la larghezza del pozzo, sapremo ancora la profondità non con molta difficultà, sia la bocca del pozzo AB, *tre braccia, o per dir meglio, sei meze braccia uguale per larghezza quanto è la* DC, *& la sua profondità sia* AD. *Tengasi sospeso lo Astrolabio dal suo anello, & dirizisi la linda al* C, *& haremo duoi triangoli, l'uno* ACD, *& l'altro nello Astrolabio, come altra uolta si è detto, &*

essendo i lati loro scambieuolmente fra loro proportionali, in quello stesso modo che le parti della scala intersegate dalla linda corrispondono allo intero lato di essa scala, cosi la A B, *diametro del pozzo, &* C D *sua uguale corrisponde alla sua profondità* A D. *Multiplichinsi adunque* A B, *cioè le sei meze braccia per lo intero lato della scala, & partasi quel che ce ne viene per 3. che sono le parti interse gate dalla linda della ombra retta, & haremo 24. che son la profon dità del pozzo che andauamo cercando.*

Come si misuri cosi la larghezza, come la profondità delle ualli, o de fossi con il quadrante. Cap. X X.

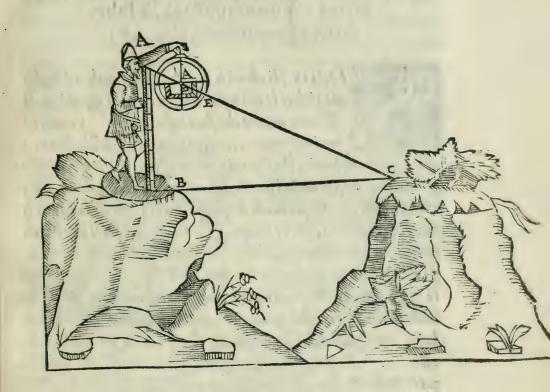
SIA *la propostaci valle da misurarsi* D E F, *ouero il fosso intorno alla muraglia, la larghezza da capo, del la quale sia* D F, *& la sua maggior profondità* E G. *Cerchisi prima di sapere la distantia* D F, *secondo la regola si dette nel principio del terzo capitolo di questo libro. La quale p modo di esempio, diciamo di hauere trouata 18. braccia, o vuoi che sia per cinque volte il lato del quadrante. Misurisi di nuouo il pendio della valle, secondo quella regola, che dicemmo nel 16. Cap. cioè la* D E, *tenendo ritto il quadrante sopra il lato* D C, *& uoltato il lato* B C, *all'usanza uerso il termine* E, *& sia il* D E, *per cinque volte il lato di detto quadrante. Dicesi che in quella proportione, che il lato* A B *corrisponde per 5. tanti alla parte* B H *compresa dalla linda, & sia essa linea* D E *per maggior chiarezza 15. braccia. multiplichinsi 15. p se stesso, ne uerrà 225. Multiplichinsi dipoi p se stessa la metà della* D F, *cioè* D G, *che è braccia 9. ce ne verrà 81. traggasi vltimamente 81. di 225. & ce ne verrà 144. la radice*

quadrata

quadrata, del qual numero è 12. et tante braccia diremo, che sia la profondità E G, *& conciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato, che si fa del lato* D E, *che è rincontro allo angolo retto* D E G, *del triãgolo* D E G, *è uguale a gli altri duoi quadrati, che si fanno de lati* D G, *&* G E, *che fanno lo angolo retto. Traendo adunque il quadrato* D G *del quadrato* D E, *ci rimane il quadrato* E G, *la radice del qual ci dà la lunghezza* E G, *& queste cose bastino; perche non ci potrà occorrere figura alcuna di linee diritte, che non si possi con queste regole misurare.*

Questo

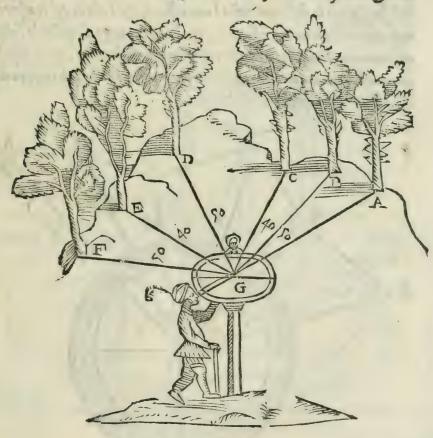
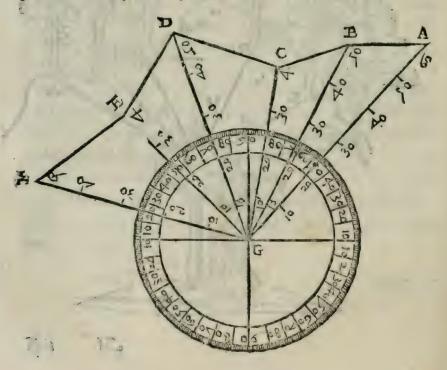
Questo si misurerà ancora cō lo Astrolabio in questo modo con lo aiuto, però della tua canna, o asta, la quale se noi diuideremo dal lo occhio nostro a terra in sei parti, che sieno per modo di dire, sei meze braccia fiorentine, quando bene nell'operare tu haueßi a stare alquanto piu alto che sul piano del terreno, per non esser tu dallo occhio a terra tre braccia a punto, & questo perche dal diuider questa canna in sei parti, ce ne verranno manco rotti, nel far poi la tua ragione di abbaco, i quali sogliono spesso arrecare confusione, & sia detta asta, o canna A B, *& lo spazio da misurarsi sia, o fosso, o ualle, o fiume sia* B C. *Posta poi la tua canna ritta a piombo, & sospeso da essa lo Astrolabio, & posto lo occhio alla* A *talmente che la veduta corra per amendue le mire della linda al punto* E, *che è la parte al rincontro della tua distantia. Considerinsi allhora le parti intersegate dalla linda, & siano sei della ombra versa, le quali riducēdole come si è insegnate alle parti della ombra retta, le faremo 24. che abbraccieranno horamai vno intero lato della scala retta, & la distantia della veduta sino ad* A C. *Saranno adunque le parti della ombra retta* D E. *Hora discorreremo in questo modo, hauendo noi duoi triangoli, cioè* A B C, *&* A D E, *gli angoli de quali* D *et* B, *sono uguali (imperoche ei son retti) & lo angolo* A, *è comune all'uno, & all'altro. Lo angolo* C, *& lo* E, *che rimangono per la trentaduesima del primo di Euclide, saranno medesimamente uguali, perilche & i lati de' triangoli saranno comuni, haranno di necessità mediante la quarta del sesto di Euclide la medesima proportione. Adunque si come* A D, *intero lato della scala, corrisponde al lato* D E *le parti, cioè della ombra retta: cosi* B A *corrisponderà, cioè la lunghezza della asta alla* B C, *distantia del fiume, o del fosso. Multiplichinsi adunque* B E *24. parti, cioè della ombra retta per* A B, *cioè per 6. che è la lunghezza della asta, & ce ne verrà 144.*

Et diui=

Et diuidendosi questo numero per 12. che è lo intero lato della scala ce ne verrà 12. che sarà la distantia, o larghezza del fiume, o del fosso, che noi andauamo cercando.

Come si posino misurare di piu cose poste in un piano, come sarieno alberi, o colonne, o simili, le distantie, che sono infra te, & loro, & le distantie ancora che sono infra l'una, & l'altra di esse colone, o alberi. Cap. XXI.

SIANO *sei alberi* A B C D E F, *de quali noi uogliamo pigliar le distantie, che sono fra essi & noi, & le distantie ancora che sono infra di loro. Fermerenoci nel punto* G, *noi & seruendoci della canna, o asta piglisi la distantia, che è fra ciascun di essi & noi, come si insegnò nel Cap.20. & notinsi queste distantie come che si habbino a tenere a mente. Et per modo di esempio sia* G A, 60. *braccia* G B 50. G C, 40. G D, 50. G E, 40. *et* G F, 50. *& prese che haremo tutte queste distantie, adattisi lo instrumento in modo che venga a piano come si adoperano le bussole, & il suo cẽtro vẽga nel punto* G, *& fatto questo senza muouer punto lo instrumento dirizisi la linda allo* A, *& notisi il grado del cerchio de gradi di esso Astrolabio intersegato dalla linda mentre che si vedrà per essa il detto albero* A. *Et pongasi da parte detto grado notato, & voltata poi la linda all'albero* B, *si noti pur il grado doue batterà detta linda, & si faccia il medesimo del* C D E F. *Dicasi che fra l'albero* A, *et l'albero* B, *siano compresi nell'Astrolabio* 20. *gradi. fra* B, *et* C, 15. *& fra* C, *&* D, 30. *et infra* D, *&* E, 25. *et vltimamente fra* E, *&* F, 30.

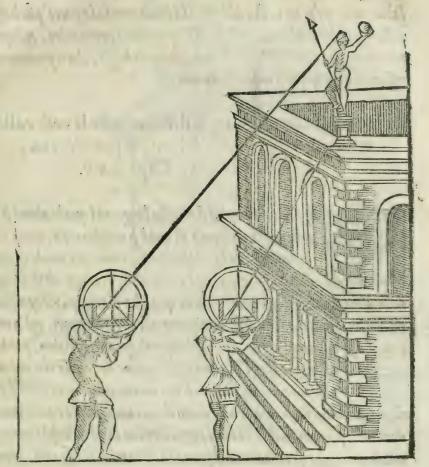
Discegnisi

Disegnisi dipoi con le seste sopra un foglio, un cerchio grande a modo nostro, scompartendolo in 360. parti, o gradi, & il suo centro sia G, *che rapresenti il punto della positura doue stette nell'operare lo Astrolabio, quando si presono le distantie delli alberi. Da questo punto* G, *che haremo fatto sul foglio tirisi una linea diritta, lunga a beneplacito nostro che sia* G A, *et questa diuidasi in tante parti fra loro uguali quante furono le braccia, che si trouaron essere fra* G & A, *quali presupponemmo che erano* 60. *Presa dipoi la distantia de gradi, che noi trouammo essere nello Astrolabio infra* A *et* B,

tirisi una linea dal centro G, *la quale sarà* G B, *& verrà all'albero* B, *& la diuideremo in 50. parti uguali, che sono comprese infra* G B. *Preso dipoi nello Astrolabio il numero de gradi che era compreso infra* B C, *tirisi un'altra linea dal cētro* G, *che sia* G C, *la quale diuidasi nella distantia delle sue braccia, che furno 40. Questo medesimo si faccia de gli altri alberi con la medesima regola, & tirinsi le lor linee dal centro* G, *a ciascuno di essi, & diuidinsi nelle distantie delle braccia. Ultimamente congiunghinsi insieme le teste di queste linee, cioè* A B, B C, C D, D E, E F, *con linee rette, et aperte le seste piglinsi le distantie infra l'uno albero, & l'altro, & trasportinsi nella distantia, che è fra il* G, *& lo* A, *& ueggasi quāto le seste abbracciano di quelle parti, che rapresentano le braccia, & si saprà per questa via quante braccia sieno fra l'uno & l'altro di ciascun di essi alberi, che è quello che si cercaua.*

Come ſi miſurino le diſtãtie di molte coſe poſte per lunghezzza in un filo in piano, trouandoſene in alcun luogo lontano. Cap. XXII.

E DVE, *o piu coſe ſaranno fra loro lontane non per larghezza ma per lunghezza comc le colonne che fuſſer poſte a filo, opererasſi quaſi nel medeſimo paſſato modo. Et per eſempio, ſiano tre colonne* B, C, D, *& ſtiaſi fermo nella poſitura* A, *pigliſi la prima coſa ſeruendoſi dello*

aiuto della aſta, o canna, la diſtantia A D *(come ſi inſegnò) & nel medeſimo modo la diſtantia ancora* A C, *& la* A B, *dipoi hauendo preſe queſte diſtantie, traggaſi la minore, cioè la* A C, *dalla* A D, *et la* A B, *dalla* A C, *& ſi trouerrà faciliſsimamente quanto ciaſcuna di eſſe colonne ſia lontano dalla altra.*

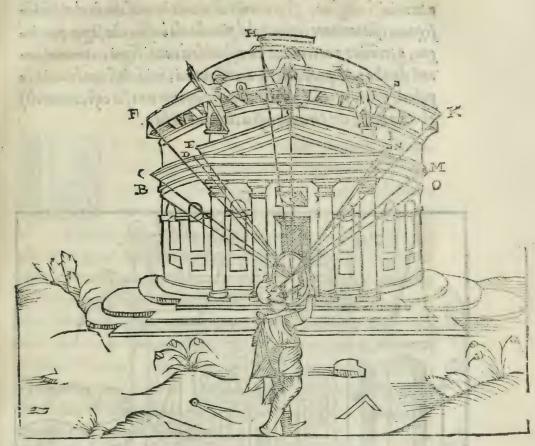
Come ſi miſurino le coſe poſte in luoghi alti, cioè fineſtre capitelli di colonne, ſtatue, & qual ſi uoglia altra coſa ritta ſopra qual ſi uoglia altezza. Cap. XXIII.

*I*SVRISI *la prima coſa la altezza dello edifizio ſopra il quale ſarà collocata eſſa fineſtra, capitello, o ſtatua, come già ſi inſegnò nel Cap.* XVIII. *Et dipoi ſi rimiſuri, la altezza dalla cima della ſtatua inſieme con tutto lo edificio, & traggaſi poi l'altezza della figura dalla altezza del tutto, & haremo la altezza della ſtatua che ſi cercaua, & l'altezza ancor dello edificio.*

Come ſtando in terra ſi poſſa trouare un punto, che a piombo corriſponda al punto di alcuna coſa collocata in alto. Cap. XXIIII.

OSPENDASI *per lo anello lo Aſtrolabio, & di rizziſi la linda a quel punto di ſopra, al quale noi vor remo trouar il punto di ſotto, che li corriſpõda a piom bo, & notato quello, ſenza muouer punto lo Aſtro labio,*

labio, ne in quà, ne in là, abbaßisi la linda verso la parte piu bassa della medesima altezza, & dirizisi la veduta per le mire, & quel punto che per esse vedremo sarà il punto da basso, che a piombo corrisponde al propostoci numero da alto.

Come si posino misurare le distantie, che le cose collote ad alto hanno infra di loro, & per altezza, & per larghezza. Cap. XXV.

RESA da qual si voglia luogo nel quale altrui si ritruoui, la distantia di qual si voglia cosa, come si è insegnato con lo Astrolabio, come per modo di dire della A B, & C, & D, & di E F. G, & di H Y, & delle altre parti, quali ci occorrino di qualche Tempio Magnifico, & honorato. (ilche sarà cosa vtilißima alli Architettori, & a coloro che si dilettano di mettere in pittura alcuna prospettiua) per hauere la intera notitia d'esse distantie già trouate delle cose che noi cerchiamo. Multiplichinsi in loro stesse quadratamente (ilche si farà senza molta difficultà con lo aiuto della tauola delle radici quadrate che porremo nel sesto libro) & cauisene la radice del numero quadrato, & così trouueremo a punto la distantia di esse cose, come desiderauamo.

Come

Come ſi meſurino le diſtantie delle medeſime coſe poſte ad alto, cioè quãdo elle ſieno per larghezza l'una lontana dall'altra, molto piu facilmente ſe il luogo ſarà tale, che ui ſi poſſa accoſtare. Cap. XXVI.

OSPESO per lo anello a qualche coſa ſtabile lo Aſtrolabio, acciò che non ſi muoua, diriziſi la linda dalla A *al* B, *per ſtar pur nel medeſimo eſempio, dipoi al* CDEFGHY, *& finalmente a quãti ſegni, o termini*

o termini ſi voglino, & procuriſi di notare in quel modo che ſi è inſegnato eſattamente il punto del piombo da baſſo, che ſegno per ſegno, o termine per termine corriſponde à tutti i ſegni, o termini notati da alto: a i quali albora accoſtandoci, miſurinſi con braccia, o palmi, o lire, o ſoldi (non oſtante che il piano non ſia coſi commodo) gli interualli, che ſaranno infra ciaſcuno di loro.

Come

Come si possa ritrouare se alcuna cosa che sia in moto, ti si appressi, o ti si allontani, come armate di mare, o eserciti di terra, o simili, cosa utilissima a Generali delli eserciti. Cap. XXVII.

LE COSE che sono in moto per lunghezza, quando elle sono molto lontane, ci ingannano spesso mediante la debolezza della veduta, & malageuolmente si discerne se ci si appressano, o ci si allontanano. Però sarà cosa utile per potersi risoluere, o di perseguitare lo esercito dello inimico quando se ne andasse, o di far le tue preparationi per aspettarlo quando venisse ad affrontarti. Sospeso adunque lo Astrolabio da una picca, o da altra asta, acciò stia piu fermo, dirizisi la linda allo inimico, & poco dopo senza mutar punto nella linda, nello Astrolabio tornisi a riguardarlo per le medesime mire, & subito vedrassi se ci si è, appressato, o allontanato. Perche se senza muouer lo Astrolabio, nella linda vedremo per le medesime mire l'esercito inimico piu volte, si conoscerà che non ci si auicina nè allontana: ma che egli sta fermo.

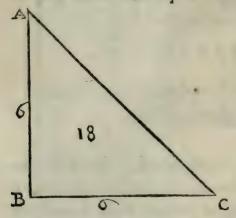
DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI

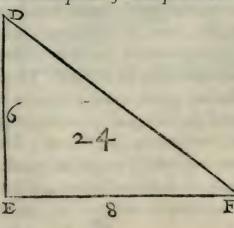
Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO SECONDO.

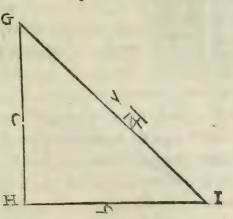
Come si misuri una superficie di un triangolo retto, che ha duoi lati uguali. Cap. I.

NFRA tutte le superficie, che ci possono occorrere da misurarsi, pare che si attribuisca il primo luogo al triangolo, atteso che non si puo chiudere superficie alcuna da mãco linee, che da tre. Et de triangoli ne sono alcuni, che hanno un' angolo retto; perilche si chiamano rettangoli. Alcuni altri hanno tutti a tre gli angoli acuti, chiamati da Greci, & da Latini Oxigonij, i quali noi potremo chiamare di angoli sotto squadra, o acuti. Alcuni altri ancora ne sono, che hanno un angolo Ottuso, i quali noi potremo chiamare triangoli con angoli sopra a squadra. Tratteremo adunque primeramente da triangoli retti. Secondariamente delli Acuti, & ultimamente delli Ottusi, o sopra squadra. De triangoli retti ne sono alcuni di duoi lati uguali, & alcuni, che hanno tutti a tre i lati disuguali. Dicasi prima di quelli, che hanno duoi lati uguali, i quali si misurino in questo modo. Misurisi uno de suoi lati uguali, & multiplichisi per se stesso, & la metà di tale multiplicato, sarà il numero delle braccia di detto triangolo, ouero multiplichisi uno de lati uguali, per la metà dell' altro a lui uguale, che sarà il medesimo. Ma per maggior' dichiatione dicasi, che il triangolo rettangolo sia A B C, *i*

lati del quale A B, & B C *siano uguali, che nel punto* B, *fanno lo angolo retto, & sia ciascuno di questi lati braccia* 6. *se si multiplica* 6. *vie* 6. *ce ne verrà* 36. *il qual numero diuiso per dua ci resterà* 18. *dicesi il campo detto in triãgolo rettangolo di lati uguali esser* 18. *braccia, ouero diuidasi* B C *in due parti, l'una delle quali sarà* 3. *et multiplichisi poi questa parte p il lato intero* A B, *che è* 6. *si vede che* 3. *vie* 6. *fa* 18. *talche nell'un modo, et nell'altro haremo, che il propostoci trangolo è* 18. *braccia a punto.*

Del triangolo retto, di lati disuguali. Cap. II.

VESTA passata regola serue a misurare ancora i triangoli retti di lati disuguali, conciosia che se si misureranno i duoi lati, che concorrono a far l'angolo retto; & si multiplicheranno l'un per l'altro, la metà del multiplicato sarà la quantità delle braccia del detto triangolo. Seruaci per esempio che il triangolo retto di lati disuguali sia D E F, *& l'angolo retto sia* E, *&* D E *sia braccia* 6. E F *braccia* 8. *multiplichinsi* 6. *vie* 8. *farà* 48. *ilche partasi per dua, ce ne verrà* 24. *che tante braccia sarà detto triangolo propostoci, ouero multiplichisi*

il 3. che è la metà del 6. per 8. & ce ne verrà pure medesimamente 24. che è il numero delle braccia di detto campo, o triangolo.

Come si troui la quantità de lati uguali di un triangolo con angolo retto, dato che sappiamo quante braccia è il lato, che è rincontro all'angolo retto, o come si trouino le braccia di detto lato, sapute le braccia delli altri duoi lati. Cap. III.

E PER *qual si voglia cagione ci bisognassi, saputo quante braccia fusse il lato del triangolo, che è posto rincontro all'angolo retto, sapere le braccia degli altri duoi lati uguali, che corrono a fare detto angolo retto, faremo in questa maniera. Multiplichisi il lato a noi già noto per se stesso; & di tale multiplicato piglisi la metà; & di questa metà cauisi la radice quadrata, la quale ci darà la braccia dell'uno, & dell'altro lato, che cercauamo. Et seruaci per esempio, che il propostoci triangolo sia* GHI, *del quale il lato* GI *sia quello, che è rincontro allo angolo retto, et sia braccia* $7\frac{1}{14}$. *a noi già note, multiplichisi questo numero in se stesso, che ci darà braccia* 50. *piglisene dipoi la*

metà, cioè 25. *& la radice quadrata di* 25. *è* 5. *dicesi adunque, che ciascun de lati uguali, che concorrono a far l'angolo retto, cioè* GH, *&* HI

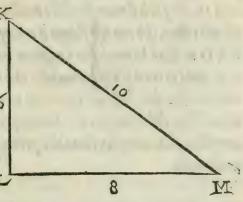
& HI sono braccia 15. per uno.

Et se per il cõtrario, posto che noi hauessimo notitia de lati GH, *&* HI, *& ci bisognasse sapere quante braccia è l'altro, che è rincontro allo angolo retto, multiplichisi il numero 5. per se stesso di* GH, *& ci darà 25. & cosi quello di* HI, *che ci darà pur'ancor'esso 25. i quali numeri raccolti insieme ci daranno 50. dicesi che se si cercherà la radice quadrata di 50. trouerranno, che ella è 7 1/14. che sarà a punto il numero delle braccia del lato* GI, *che è posto rincontro allo angolo retto. Conciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, ne triangeli di angoli retti, quel quadrato, che si fà del lato posto rincontro all'angolo retto, è uguale a i duoi quadrati, che si fanno de gli altri duoi lati, che corrono a fare l'angolo retto, & cosi per il contrario.*

Come propostoci un lato si possa fare un triangolo rettangolo di lati proportionali. Cap. IIII.

PROPOSTOCI *un lato, se uorremo fare un triãgolo rettangolo di lati proportionali faremo in questo modo. Considerisi prima se il propostoci lato è di braccia, che siano, o in pari, o in casso, & per esempio trattisi prima di quello, che è di braccia pari, & dicasi che il propostoci lato sia* KL, *& sia braccia 6. diuidasi il 6. in dua parti, ce ne viene 3. il qual 3. multiplichinsi per se stesso, ce ne verrà 9. del qual numero traggasene vno, ci resterà 8. Dicesi che questo 8. sarà il lato di* LM *proportionale al* KL, *che concorre con esso a far' l'angolo retto. Et se si aggiugnerà a questo 8. un 2. dicesi che questo numero 10. sarà l'altro lato proportionale a gli altri duoi, posto rincontro all'angolo retto del triangolo* KLM. *Et se sapendo quante*

braccia

braccia ſia il lato K L, & il K M riſcontro allo angolo retto, et ci biſognaſſe ſapere mediante queſti, quante braccia fuſſe L M, multiplichiſi il 6. in ſe ſteſſo, che ci darà 36. & il 10. ancora in ſe ſteſſo, che ci darà 100. traggaſi poi 36. di 100. ci rimarrà 64. la radice quadrata del quale ſarà 8. adunque tante ſarãno le braccia del lato L M

come erano prima, & ſe ſapute quante braccia ſia K M, & M L, ci biſognaſſe ſapere mediante queſti duoi lati, quante braccia ſia K L, multiplichinſi in ſe ſteſſe le 8. braccia di M L, che ci daranno 64. & il ſimile faremo di K M, che è 10. & ci darà 100. traggaſi poi il 64. di 100. ce ne reſterà 36. la radice quadrata del quale è 6. ſarà adunque il lato a piombo K L braccia 6.

Ma quãdo ci fuſſe propoſto vn lato, che fuſſe di braccia in numero caſſo, come per eſempio ſarebbe il lato N O, che fuſſe braccia 5. et haueſsimo a fare un triãgolo rettangolo di lati diſuguali, ma proportionali, facciſi in queſta maniera. Multiplichiſi queſto lato 5. in ſe ſteſſo, ci darà 25. del qual 25. traggaſene uno, ce ne reſterà 24. diceſi che la metà di queſto 24. che è 12. ſarà il numero delle

braccia

braccia del lato O P, *proportionallo allo* N O, *& che ſeco concorre a far' l'angolo retto. Et ſe a queſto numero* 12. *ſi aggiugnerà* 1. *diuenterà* 13. *che ſarà il numero delle braccia del lato* N P *proportionale a gli altri duoi, che con eſſo fanno il triangolo rettangolo di lati diſuguali* N O P, *& è la medeſima ragione quella del lato del triangolo* N O P, *anzi di tutti li altri triangoli, che hanno lati diſuguali, ſaputo, che haremo duoi lati, in cercar' del terzo, che quella, che poco fà habbiam detto del triangolo* K L M, *& per via di eſempio, diſcorſa, ſecondo la quarantaſetteſima del primo di Euclide, donde l'abbiamo cauata.*

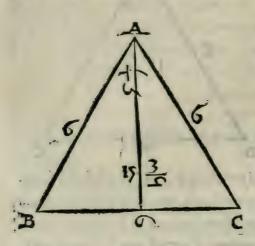
Come ſi miſurino i triangoli d'angoli ſotto ſquadra, o acuti, & del modo di ritrouar' i lati l'un per l'altro. Cap. V.

I TRIANGOLI, *che ci ſi poſſono offerire, che habbino tre angoli acuti ſono di tre ſorte, o di tre lati uguali, o di duoi uguali, & il terzo diſuguale, o di tre lati diſuguali, & ſi poſſono miſurare in uarij modi, de quali habbiamo ſcelti li piu facili, & i piu certi. Sia il primo de triangoli acuti, & di lati uguali, del quale vogliamo ſapere la pianta. Multiplichiſi uno di queſti lati in ſe ſteſſo, & quel che ne viene ſi multiplichi una altra volta per* 13. *& quel che ne riſulta ſi parta per* 30. *Diceſi, che ne verrà un numero, che ſarà la quantità delle braccia del propoſtoci campo, o triangolo, & per maggiore chiarezza eccone lo eſempio. Sia il detto triangolo di lati uguali, & d'angoli acuti, del quale qual ſi voglia de lati uguali: ſia* 6. *braccia, multiplicato queſto numero in ſe ſteſſo ci darà* 36. *il qual* 36 *rimultiplicato p* 13. *ci darà* 468. *il che partito p* 30. *ce ne uerrà* 15 $\frac{18}{30}$.

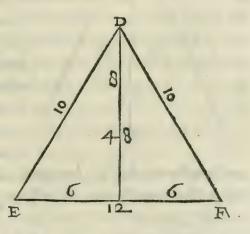
per

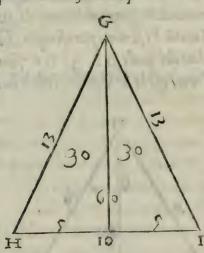
per parte, i quali $\frac{15}{25}$. sono $\frac{3}{5}$ d'uno intero, adunque 15 $\frac{3}{5}$ sarà la pianta del proposto=ci triangolo A B C. *Et se questa pianta si multipliche rà per 30. & si partirà quel che ce ne uerrà per 13. la sua radice quadrata, che ce ne verrebbe, sarebbe il numero delle braccia di qual s'è l'uno de lati uguali, & seruaci per esempio. Multiplichisi le brac=cia 15 & $\frac{3}{5}$. per 30. & ce ne verrà 468. percioche del multiplicato di 15. in 30. ne viene 450. & del multiplicato di $\frac{3}{5}$ in 30 ne viene $\frac{90}{5}$, che sono 18 interi, i quali aggiunti al 450. fanno la somma 468, il qual numero diuiso per 13. ci darà per ciascuna parte 36. la radice quadrata del quale 36. è 6. il qual numero delle braccia è quel di qual si voglia lato del triangolo* A B C, *come da principio dicemmo.*

Puossi ancora per altra via trouare il numero delle braccia de la pianta, o spazzo di detto triangolo di lati uguali: seruendoci della linea, che partendosi da qual angolo si voglia caschi a piōbo sopra il mezo del lato, che sotto li sia disteso; la qual linea a piombo si ritro ua in questo modo. Multiplichisi uno di questi lati uguali per 13. & diuidasi poi il multiplicato per 15. ciascuna di quelle parti, che ce ne verrà, sarà il numero delle braccia di questa linea a piombo. Et per sapere mediante questa linea, quanto sia tutta la pianta, multi=plichisi la quantita di detta linea per la metà d'un quale si voglia lato del triangolo; & quel che ce ne verra, sarà la quantità della pianta, o spazzo di esso triangolo. Seruaci per esempio, che ciascu=no lato del detto triangolo A B C, *sia medesimamente braccia 6.*

Multiplichinsi 6. per 13. & ce ne verrà 78. il qual numero diuidasi per 15. ce ne verrà 5 $\frac{1}{5}$. sarà adunque la linea a piombo, che per modo di esempio cadrà dall'angolo A, *nel mezo della basa* B C *braccia 5 $\frac{1}{5}$. il qual numero se si multiplicherà per 3. cioè per mezo il lato del triangolo, ci darà 15 $\frac{3}{5}$. che fu il numero delle braccia, che trouammo esser secondo il primo modo la pianta del triangolo. Et se noi vorremo mediante questa linea a piombo sapere quante braccia sieno essi lati, multiplichisi essa a piombo per 15. & quel che ce ne risulta partasi per 13. & quel che ce ne verrà per parte sarà a punto la quantità delle braccia di qual si voglia lato. Et seruaci per esempio la poco fa trouata linea a piombo, che fu 5 $\frac{1}{5}$. la quale multiplicata per 15. ci dara 78. percioche 5. uie 15. fa 75. & $\frac{1}{5}$ uie 15. fa $\frac{15}{5}$. che sono 3. interi, quali aggiunti a 75. fanno 78. il quale 78. partendolo per 13. ci dara per ciascuna parte 6. braccia, come poco fa si dimostrò mediante la pianta. Trouansi da lati le braccia de la pianta; & dalla pianta le braccia de lati, & similmente da essi lati le braccia della linea del piombo, & da lei le braccia della pianta, & le braccia de lati.*

Come

Come si misurino i campi in triangolo di tre angoli acuti,& di duoi lati uguali,& un disuguale. Cap. VI.

I TRIANGOLI *acuti,che hanno duoi lati uguali, & uno disuguale, si misurano in questo modo. Multiplichisi la metà della sua basa in se stessa, & serbisi da parte tal multiplicato; dipoi si multiplichi ancora vno de suoi lati uguali in se stesso; & traggasi dal multiplicato di questo lato, il multiplicato della metà della basa, & trouisi la radice quadrata di quel che ce ne resta, la quale ci darà a punto la quãtità della linea a piombo, la quale se noi multiplicheremo per la metà della basa, haremo la quantità dello spazzo del triangolo detto di duoi lati uguali, & tre angoli acuti. Et seruaci per esempio, che il detto triangolo sia* D E F, *i duoi lati del quale* D E, & D F, *sono fra loro uguali, & di braccia* 10. *l'uno, & la basa, ouero l'altro lato disuguale, sia braccia* 12. *Multiplichisi adunque la meta della basa, che sara braccia* 6. *in se stessa, & ci dara* 36. *et oltra questo multiplichinsi ancora un lato degli uguali, che sara* 10. *& ce ne verra* 100. *del quale* 100. *se ne trarremo* 36. *ce ne restera* 64. *la radice del quale* 64. *è* 8. *& tãte braccia sara la linea a piombo, che dall'angolo* D *cascò in su la basa* E F. *Multiplichisi dipoi questo* 8. *per la meta della basa, che sara* 6, *& ce ne uerra* 48. *il qual* 48. *sara a punto il numero delle braccia dello*

ſpazzo, o vogliamo dire pianta del noſtro triangolo di tutti li angoli acuti, et di duoi lati uguali.

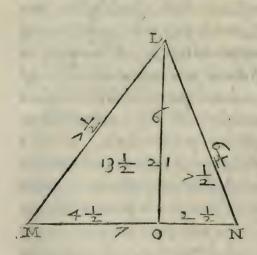
Non voglio, che mi paia fatica dare uno altro eſempio di un'altro triangolo ſimile, pur di angoli acuti, & di duoi lati uguali, che ſia GHI, *la baſa del quale ſia braccia* 10. *& ciaſcuno de lati uguali ſia braccia* 13. *ſe noi vorremo ritrouare lo ſpazzo, o la pianta, multiplichiſi la prima coſa la meta della baſa in ſe ſteſſa, che è* 5. *& ce ne verra* 25. *et dipoi pur ſi multiplichi uno de ſuoi lati uguali, che è* 13. *in ſe ſteſſo, et ci dara* 169. *dal quale traggaſi il* 25. *ce ne reſtera* 144. *la radice quadrata del qual numero ſara braccia* 12. *il qual numero ſara la quantita delle braccia della linea a piombo, che dall'angolo* G, *cadra a punto in ſul mezo della baſa* HI. *Et ſe mediante queſta linea a piombo uoleſſimo trouare quãte braccia ſia lo ſpazzo, o pianta di eſſo triangolo, multiplichiſi la meta della baſa, che è* 5. *per* 12. *che ſono le braccia della linea a piombo, & ce ne verra* 60. *numero a punto delle braccia dello ſpazzo, o della pianta del detto triangolo* GHI, *& ſe finalmẽte noi piglieremo la meta di queſto* 60. *che è* 30. *haremo la quantita dell'uno, & dell'altro triangolo ad angolo retto, che inſieme fanno il triangolo di duoi lati uguali* GHI.

Come

Come si misuri un campo, ouero un triangolo, che habbi tre angoli acuti, & tre lati disuguali. Cap. VII.

EL voler misurare un campo si fatto, ci bisogna la prima cosa cercare della linea a piombo, la quale trouerremo in questo modo. Multiplichisi ciascuno de lati in se stesso; & serbinsi da parte i loro multiplicati. Raccolgasi dipoi il multiplicato della basa; & del destro lato insieme; & da quel che ce ne risulta, traggasi il lato sinistro, cioè il suo multiplicato; & di quel che ci resta piglisi la meta, et partasi per il numero della basa, & quel che ce ne verra, sara il numero della parte destra della basa, sopra la quale debbe cadere la linea a piombo. Multiplichisi adunque questa diuisione destra in se stessa, & traggasi quel ce ne viene, da qual ci viene del multiplicato del lato destro, & di quel ci resta piglisi la radice quadrata, la quale ci dara la quantita della a piombo.

Oueramente faremo in questo altro modo, raccolti insieme i numeri multiplicati in loro stessi, & della basa, et del lato sinistro, traggasi da quel ce ne resulta il multiplicato in se stesso del lato destro, et la meta di quel ce ne viene si diuida per il numero della basa, & quella rata che ce ne verra, ci dara la quantita delle braccia del lato sinistro, doue si ha a diuidere la basa, cioè doue a punto debbe cadere la linea a piombo ad angoli retti sopra detta basa. Se questa diuisione finalmente si multiplichera per se stessa, et quel ce ne viene si trarra del multiplicato in se stesso del lato sinistro, ce ne restera un numero, la radice quadrata del quale sara la quantita delle braccia della linea a piombo. Poi che adunque in qual l'uno si uoglia di questi modi haremo notitia della linea a piombo, se noi la multiplicheremo per la meta della basa, haremo precisamente la quãtita

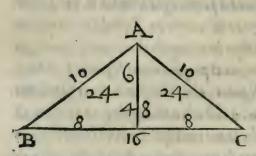
delle braccia del campo, o del triangolo di tre lati diſuguali, et di tre angoli acuti, come ci proponemmo.

Ma ſeruaci per eſempio, che queſto triangolo di lati diſuguali, & di angoli acuti ſia L M N, *del quale il lato ſiniſtro* L M, *ſia braccia 6 ½. & il lato deſtro* L N, *ſia braccia 7. e mezo, & la baſa* M N *ſia braccia 7. a punto, multiplichiſi le braccia 6. e mezo, del lato ſiniſtro in ſe ſteſſo, & ci daranno 42. Multiplichiſi dipoi il 7. e mezo, del lato deſtro in ſe ſteſſo, & ci darà 56. Oltra di queſto multiplichiſi la baſa, che è 7. & ce ne verrà 49. Raccolgaſi dipoi il 56. & il 49. inſieme, & ce ne verrà 105. dal quale ſe trarremo il 42. ce ne reſterà 63. la metà del qual numero è 31. e mezo, il qual numero partendoſi per 7. che è il numero della baſa, ce ne uerrà 4. e mezo, le quali ſaranno le braccia della parte deſtra della baſa ſegnata* N O, *diuiſa dalla parte ſiniſtra ſul punto* O, *doue la linea* L, *debbe cadere a piombo. Multiplichiſi di nuouo il 4. e mezo, in ſe ſteſſo, & ce ne verrà 20. il qual 20. ſe lo trarremo dal 56. ce ne reſterà 36. la radice quadrata del quale ſarà 6. che ſarà la quantità delle braccia della linea a piombo* L O, *che andauamo cercando. Trouaſi ancora eſſa linea del piombo in un'altro modo. Raccolgaſi inſieme 42. & 49. che fa 91. dal qual numero traggaſi 56. & ce ne reſterà 35. la metà del qual numero è 17. e mezo, il qual numero diuiſo per la baſa, che fa 7. ci darà per ciaſcuna parte 2. e mezo*

che

che sono la quantità delle braccia del lato manco della basa M O, *se si multiplichera adũque questo 2.e mezo,in se stesso ci dara 6. il qual 6. tratto dal 42. ce ne restera 36. la radice del qual 36.è 6.che è pu re la medesima quantità delle braccia della linea a piombo. Multiplichisi ultimamẽte questa linea a piombo già trouata 6. per 3.e mezo,che è la metà della basa,& ce ne verra 21. il qual 21.è la quantità delle braccia del nostro campo in triangolo di tre angoli acuti,& di tre lati disuguali, che da prima ci proponemmo segnato* L M N. *Mediante le cose dette, ne seguita, che facilissimamente sappiamo la quantità appartata dell'uno, o dell'altro triangolo* L M O, & L O N *separatamente. Percioche se noi multiplicheremo la metà della linea a piombo* L O, *che è 3.per la parte sinistra della basa, che è* O M, *cioè per 2. e mezo, ce ne verra lo spazzo del triangolo* L M O,*che è braccia 7 $\frac{1}{2}$. il qual numero tratto dal tutto dello spazzo del triangolo,che è 21.ce ne restera lo spazzo del triãgolo* L O N,*che sara 13 $\frac{1}{2}$. Ouero multiplicato il 3.cioè la metà della linea a piombo,per 4.e me zo,che è la parte della basa* O N, *ce ne verra 13. e mezo, che è medesimamente la quantità dello spazzo del detto triangolo* L O N, *il qual tratto da 21.ci dara 7. e mezo, che è lo spazzo del triangolo* L M O, *& il simile si puo fare delli altri triangoli simili.*

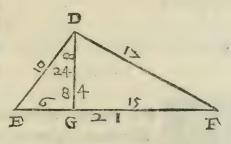
De triangoli,con lo angolo sopra squadra, come si misuri un triangolo sopra a squadra che ha duoi lati uguali. Cap. VIII.

TRIANGOLI *di angolo ottuso,o sopra squadra sono solamẽte di due sorti, o essi hãno duoi lati uguali, ouero tre disuguali. Quello che hara duoi lati uguali si misura in quel medesimo modo, che si misurò il*

surò il triangolo di tre lati acuti, & duoi lati uguali, come si disse nel capitolo sesto di questo libro. Conciosia che la prima cosa bisogna trouare la perpendiculare, cioè la a piõbo, che da un'angolo piu commodo caschi in su la basa, che li sara rincontro, dipoi bisogna multiplicare la medesima a piõbo per la metà di essa basa, & ce ne verra lo spazzo del detto campo in triangolo con l'angolo sopra a squadra, & di

duoi lati uguali. Et per maggior dichiaratione, seruaci per esempio, che il triangolo d'angolo sopra squadra, & di duoi lati uguali sia A B C, *del quale* A B & A C, *siano i lati uguali, di braccia* 10. *l'uno, & la basa* B C *sia braccia* 16. *simili, multiplichisi* 10. *in se stesso, & ce ne uerra* 100. *& poi multiplichisi la metà della basa, che è* 8. *in se stessa, & ce ne verra* 64. *il qual* 64. *traggasi dal* 100. *& ce ne restera* 36. *la radice quadrata del quale è* 6. *che è la quantità de le braccia della linea a piõbo, che dall'angolo* A, *cade nella basa* B C. *Multiplichisi dipoi questa a piombo per la metà della basa, che è* 8. *& ce ne verra* 48. *che sono la quantita delle braccia del propostoci triangolo con l'angolo sopra a squadra, & con duoi lati uguali, che dicemmo* A B C. *Et se noi diuideremo esso* 48. *in due parti uguali, haremo il numero delle braccia di qual si è l'uno dẽ duoi triangoli causati di nuouo dalla linea a piombo, che sara braccia* 24.

Come

Come si misuri un triangolo con l'angolo sopra a squadra, & di tre lati disuguali. Cap. IX.

N QVEL *medesimo modo, che si dimostrò nel settimo capitolo di questo libro, come si misura il triangolo di angoli acuti, & di tre lati disuguali, si misurera ancora il triãgolo di angolo ottuso, o sopra a squadra, & di lati disuguali. Et seruaci per esempio, che il triangolo sia* D E F, *del quale il lato* D E *sia braccia* 10. *& lo altro lato* D F *sia braccia* 17. *& la basa* E F *sia braccia* 21. *Multiplichisi il* 10. *in se stesso, & ci dara* 100. *& il* 17. *ancora in se stesso, & ci dara* 289. *& la basa, ancora che è* 21. *et ci dara* 441. *raccolgasi poi* 441. *&* 289. *insieme, & ce ne verra* 730. *dal quale* 730. *traggasi il* 100. *& ce ne restera* 630. *la metà del quale è* 315. *Diuidasi dipoi* 315. *per* 21. *che è la quantità della basa, che serue per partitore, & ce ne verra* 15. *ilche sara il numero delle braccia della lungheza della parte della basa* G F, *il quale numero multiplicato in se stesso fa* 225. *il quale tratto de* 289. *ci lascerà* 64. *la radice quadrata del quale è* 8. *talche si puo conchiudere, che la a piombo* D G *sia* 8. *braccia.*

Puossi ancora trouare questa linea del piombo in altra maniera, cioè mettasi insieme il 100. *riquadrato del* D E, *con il* 441. *riquadrato della basa* E F, *& haremo* 541. *del quale trahendone* 289. *che è il riquadrato del lato* D F, *& ce ne resterà* 252. *la metà del quale è*

126. il qual numero partito per 21. che è la basa, ci dara 6. per parte, le quali sono le braccia della lunghezza della basa verso il lato manco E G. Multiplichisi questo 6. per se stesso, & ce ne verra 36. il quale tratto dal 100. ci restera 64. la radice quadrata del quale trouerremo essere 8. cioè la lunghezza della a piombo D G. Multiplichisi ultimamente la già trouata a piombo per la metà della basa, cioè 8. per 10 $\frac{1}{2}$. et ce ne verra 84. il qual numero sara la quantità delle braccia dello spazzo del propostoci triãgolo D E F, con lo angolo sopra a squadra, & con tre lati disuguali.

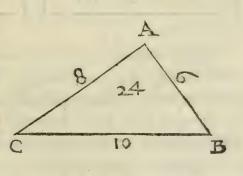
Dalche ne seguita, che se si multiplichera la parte sinistra della basa E G, p la metà della a piombo D G, cioè 6. per 4. haremo 24. che sono la quantità delle braccia dello spazzo del triangolo D E G. Et cosi se noi multiplicheremo per il medesimo 4. le braccia della parte destra della basa G F, che è 15. ce ne uerra 60. che sono la quantità delle braccia del triangolo D G F, della qual cosa, se noi vorremo fare la riproua, raccolgasi insieme 24. & 60. & haremo 84. che è la quantità di tutto il triãgolo D E F, & il simile si potra fare di tutti i triangoli di lati disuguali, habbino essi, o angolo retto, o sotto, o sopra a squadra.

Come si misuri uniuersalmente qual si uoglia sorte di triangoli. Cap. X.

PER maggior commodità senza hauere a sottoporsi alla linea del piombo si misurera generalmẽte qual si voglia sorte di triangolo in questo modo. Raccolgasi insieme tutti i lati del triangolo, del quale vorremo sapere lo spazzo, & dipoi piglisi la metà di questo raccolto, da la quale metà traggasi separatamente i lati del nostro triangolo, &

notisi

notisi da parte le loro differentie, ouero quelli numeri, mediãte i quali ciascuno lato, si discosta dalla metà del raccolto de tre lati insieme. Dipoi multiplichisi la metà di esso raccolto per quale si voglia differentia, o numeri discostantisi detti, ma piu conuenientemente si farà per la differentia maggiore, & quel che ce ne verrà rimultiplichisi per qual si voglia delle altre rimasteci differentie, & quel ce ne viene rimultiplichisi per la vltima differentia, & di quel ce ne resulta si pigli la radice quadrata, che sarà la quãtità delle braccia del propostoci triangolo, ne importa in tali multiplicationi, qual ci facciamo prima, o la prima, o la seconda, o la terza, conciosia che sempre ce ne resulta il medesimo numero.

Seruaci per esempio il triangolo A B C, *il sinistro lato del quale* A B *sia braccia* 6. *& il destro* A C *sia braccia* 8. *& la basa* B C *sia braccia* 10. *raccolgasi insieme* 6. 8. 10. *che sarà* 24. *la metà del quale è* 12. *del quale trattone* 6. *ce ne resta* 6. *& trattone* 8. *ce ne resta* 4. *& trattone* 10. *ce ne resta* 2. *Multiplichisi adunque* 12. *per* 6. *farà* 72. *&* 72. *per* 4. *farà* 288. *&* 288. *per* 2. *farà* 576. *la radice quadrata del quale si è* 24. *che sono a punto le braccia del propostoci triangolo* A B C, *sia egli, o di angoli acuti, o d'angol retto, o d'angolo ottuso, o vogliam dire sopra squadra. Haremo ancora il medesimo numero* 576. *se si multiplicherà il* 12. *per* 4. *& quel che ce ne uerrà si multiplicherà per* 6. *& quel che di nuouo ce ne verrà si multiplicherà per* 2. *Ouero se si multiplicherà il medesimo* 12. *per* 2. *& quel*

che ce ne uerrà per 4. & quel ne uerra poi ancora per 6. Ouero se si multiplichera il medesimo 12. per dua, & quel ne uerra per 6. & quel ne uerra poi per 4. conciosia che sempre ne resultera 576. come mostreremo nella dimostratione che segue de numeri.

1

12	*uie*	6	72
72	*uie*	4	288
288	*uie*	2	576

2

ouero	12	*uie*	4	48
	48	*uie*	6	288
	288	*uie*	2	576

3

12	*uie*	2	24
4	*uie*	24	96
6	*uie*	96	576

4

ouero	12	*uie*	2	24
	24	*uie*	6	144
	144	*uie*	4	576

Potriasi ancora per altra uia trouare il medesimo numero 576. multiplicando il 6. p 4. et quel ce ne uerrà per 2. & quel ce ne uerra ancora per 12. Ouero multiplicando il sei per dua, & quel ce ne uerra per 4. & quel ce ne uerra ancora per 12. Oueramente multiplicando 4. per 2. & quel ce ne uerra per 6. & quel ce ne uerra poi per 12. Conciosia che sempre ce ne resultera il medesimo numero come per lo esempio di sotto si puo uedere.

Primo modo 6 *uie* 4. 24. & 2 *uie* 24. 48. & 48 *uie* 12. 576.
Secondo modo 6 *uie* 2. 12. & 4 *uie* 12. 48. & 48 *uie* 12. 576.
Tertio modo 4 *uie* 2. 8. & 8 *uie* 6. 48. & 48 *uie* 12. 576.
Come per lo esempio si uede in tutta tre i modi ne resulta 48. il quale multiplicato per 12. ci da sempre 576.

La importãza della regola è questa, che raccolti i numeri de lati,

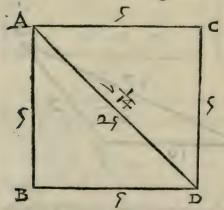
di qual

di qual si uoglia propostcci triangolo, insieme et preso la metà di quel che ne viene, & notate le differentie di qual si sia l'un de lati, che auanzano alla metà del multiplicato, come poco fa si disse, che si mul tiplichi l'una differentia nell'altra, & quel che ne viene nella terza, et quel che ce ne viene di nuouo si multiplichi per la stessa metà del numero che già di tutti tre i lati raccogliemmo insieme. Et di quel che vltimamente ne viene se ne ha a pigliare la radice quadrata, che sarà quella che ci darà la quantità delle braccia dello spazzo del detto propostoci triangolo.

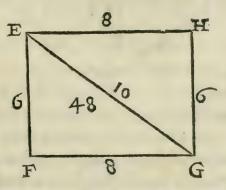
E per maggior dichiaratione ne daremo vn'altro esempio, sia propostoci il triãgolo D E F, *il lato sinistro del quale* D E, *sia* 9. *brac cia, & la basa* E F *sia braccia* 10. *& il lato destro* D F *sia braccia* 17. *raccolgasi insieme questi numeri* 9. 10. *&* 17. *& ce ne verra* 36. *la metà del quale sara* 18. *dal quale* 9. *è lontan per* 9. *&* 10. *per* 8. *&* 18. *per* 1. *talche le differentie sono* 9. 8. 1. *se si multiplichera* 9. *p* 8. *ce ne verra* 72. *il qual multiplicato per* 1. *ci dara pure* 72. *percioche il multiplicare per uno non accresce. Multiplichisi poi* 72. *per* 18. *che è la metà di esso* 36. *& ce ne verra* 1296. *la radice quadrata del qual numero sara* 36. *che sono la quantità delle braccia del trian golo* D E F. *che ci proponemmo, & il medesimo si fara di qual si uo gli altro triangolo, sia egli di tre lati uguali, o di dua uguali, o pur di tre disuguali.*

Come

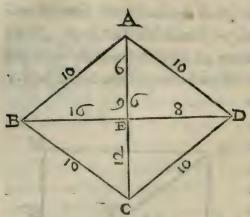
Come si misurino i campi quadri di lati uguali, & di angoli a squadra. Cap. XI.

INFRA le figure quadre che ci si possono offerire, le quali si habbino a misurare, pare conueniente che il primo luogo sia del quadro di angoli a squadra & di lati uguali, il quale p nostro esempio sia A B C D, *ciascun lato del quale sia braccia 5. a voler sapere quanto egli è multiplichisi vno di questi lati in se stesso, cioè 5. uic 5. & ci dara 25. il qual numero sara la quantità delle braccia dello spazzo del nostro quadro. Et se ci bisognera trouare la quantità della linea schiancia na, cioè della linea che partendosi da vno delli angoli andrà a trauerso a trouare l'altro angolo, a lui opposto, come per esempio fa la linea* A C, *facciasi in questo modo, multiplichisi* A B, *in se stessa, &* B C *ancora in se stessa ciascuna delle quali fara 25. ilche raccolto insieme farà 50. la radice quadrata del quale è* $7\frac{1}{14}$. *il quale numero è la quantità de le braccia della schianciana detta.*

Come si misuri un campo che sia quadrilungo di angoli a squadra, e di lati dirincontro corrispondentisi. Cap. XII.

NEL medesimo modo ancora trouerremo la quantità delle braccia di un quadrilungo che sia di lati disuguali, ma di angoli a squadra, il quale per esempio sia E F G H, *i lati del quale* E H, & F G, *sieno piu lunghi*

lunghi, che i lati E F *&* H G, *& de detti lati i primi siano per modo di esempio braccia* 8. *l'uno, & i secondi braccia* 6. *l'uno. Multiplichisi* 8. *per* 6. *&) ce ne verra* 48. *Dicesi lo spazzo del nostro quadrilungo essere* 48. *braccia. Et se si multiplichera* 8. *in se stesso ce ne verra* 64. *& multiplicato il* 6. *ancora in se stesso, ci dara* 36. *il qual numero raccolto insieme con il* 64. *ci dara* 100. *la radice quadrata del quale sara* 10. *adunque* 10. *braccia sara la sua schianciana, che partendosi dall' angolo* E, *andra diritta per il trauerso allo angolo* G, *o vogliamo dire quella che si partisse dall' angolo* H, *& andasse a terminare nell' angolo* F.

Come si misuri un campo quadro di lati uguali, ma di angoli disuguali. Cap. XIII.

VANDO ci fusse proposto un campo quadro di lati uguali, ma di angoli disuguali, misureremolo in questo modo. Saputa che è la quãtità delle braccia de lati di detto quadro, truouisi la quãtità delle braccia delle linee che partendosi da gli angoli si attrauersano l'una l'altra, & multiplichisi la intera quantità di vna di esse per la metà dell' altra, & quel che ce ne verra, sara la quantità delle braccia del presuppostoci quadrato, o vogliamo dir mandorla.

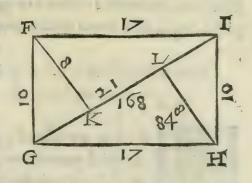
Seruaci per esempio che questo quadro, o mandorla sia A B C D *ciascun*

ciascun lato del quale sia braccia 10. & la linea che atrauersa A C, sia braccia 12. & l'altra linea che atrauersa B D, sia braccia 16. Multiplichisi 16. per 6. ouero 12. per 8. & ce ne verra 96. che sono la intera quantità delle braccia di esso quadro, o mandorla, o rombo come dicono i Greci & i Latini, che ci era proposto.

Et se non sapremo quante braccia sia vna delle linee che atrauersano da angolo ad angolo. O non la potremo misurare, bisogna trouare la linea del piombo che cadendo da uno de gli angoli batte in su la altra, che ua da angolo ad angolo a noi incognita, per quella uia che si insegnò di sopra, nel 6. cap. di questo lib. Et multiplicare detta linea del piombo per la linea che andando da angolo ad angolo li serue per basa, presupposta che detta basa ci sia nota, ouero multiplicare la basa per la linea del piombo, & quel che ce ne verra sara la quantità delle braccia di essa mandorla, come nello esempio dato poco fa, presupposto che noi sappiamo quante braccia sia la B D, linea trauersa, & vogliamo trouare la a piombo A E, ouero E C. Ouero dato che noi sappiamo la quantità della linea trauersa A C, & vogliamo trouare la a piombo B E, ouero E D, faccisi senza replicarlo, nel medesimo modo che si disse. Conciosia che in cosi fatte mandorle, o rombi, l'una & l'altra linea trauersa, diuide in due parti uguali detta mandorla, o rombo. Percioche la trauersa piu lunga, cioè la B D, ne fa duoi triangoli, che qual si è l'uno ha duoi lati uguali uno angolo sopra squadra, et duoi sotto squadra, ouero acuti.

Et la

Et la trauersa ancora piu corta A C, *diuide pure detta mandorla, o rombo in duoi triangoli che hanno duoi lati uguali: ma tutti gli angoli acuti, ouero sotto squadra. Aggiugnecisi che dette trauerse si intersecano l'una l'altra ad engoli retti, & con lati respettiuamente fra loro uguali.*

Come si misuri un campo quadrilungo di lati disuguali & d'angoli sotto & sopra squadra. Cap. XIIII.

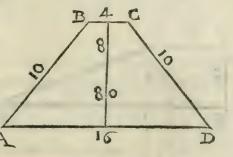
SE CI *fusse proposto a misurare un campo che fusse quadrilungo di lati disuguali, & di angoli sotto & sopra squadra, chiamato da i* Greci, *& da* Latini *Romboide, ilche credo che in nostra lingua potremmo chiamare ammandorlato, faccisi in questo modo. Misurinsi primieramente i lati, dipoi l'una delle schianciane, che lo attrauersa, talmente che questa schianciana diuidera il detto ammandorlato in duoi triangoli uguali infra di loro: ma di lati disuguali, et di angoli sotto, o sopra squadra come si voglino. Perilche se si trouera, o l'una, o l'altra linea a piombo che caschi in su la schianciana, la qual linea a piõbo sia p modo di esempio 8. braccia da trouarsi ĩ quel modo medesimo, che dicemmo di sopra nel cap. 6. & multiplicheremo per essa a piõbo le quantità delle braccia della schianciana, ce ne uerra la quãtità delle braccia della nostra forma del cãpo bislungo in quadro, o ammãdorlato*

che dir ci vogliamo. Il medesimo ci riuscirà ancora se noi misure remo l'uno & l'altro triangolo, per quella via, o regola che si disse quando trattammo nel decimo cap. del modo universale da mi= surare tutti i triangoli, & addoppieremo dipoi il misurato di detti spazzi. Seruaci per esempio che il propostoci ammandorlato, o rom boide sia F G H I, *del quale amenduoi i lati piu lunghi siano braccia* 17. *l'uno, et i piu corti braccia* 10. *l'uno, & la schianciana sia brac= cia* 21. *debbesi adunque ritrouare la linea del piõbo* F K, *ouero* H L, *in quel modo che si insegnò di sopra, quale per la esperientia si trouer ra essere braccia* 8. *Multiplichisi adunque* 21. *per* 8. *et ce ne uerra* 168. *che è la quantità delle braccia del nostro propostoci ammandor lato* F G H I. *Ouero misureremolo in quel altro modo che si inse= gnò del misurare generalmente tutti i triangoli: hauẽdo di detto am mandorlato fatto con la schianciana duoi triangoli, cioè* F G I, *et* G H L, *cõciosia che in questo modo trouerremo qual si è l'uno de duoi triangoli essere braccia* 84. *che addoppiandole ce ne daranno* 168. *Questo modo veramente mi pare breuissimo, & molto piu facile, che lo altro, nel quale si ha ad adoperare la linea del piombo, & non solamente è commodo a misurare un quadrilungo come questo: ma qual si voglia altra forma quadra come dimostreremo.*

Come si misurino i campi quadri di lati disuguali, & di diuersi angoli. Cap. XV.

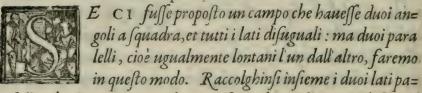
OLTE *& diuerse possono offerircisi le figure de campi di quattro linee, con lati disuguali & angoli diuersi. Percioche alcune possono hauere duoi lati uguali, & la testa di sopra nientedimeno disuguale, alla sua basa, o testa di sotto, con duoi angoli acuti & duoi ottusi.*

Alcune

Alcune altre harãno duoi angoli a ſquadra, et forſe duoi lati ugua li & gli altri diſuguali. Alcune altre forſe non haranno ne lati ne angoli che ſiano uguali, o corriſpondentiſi. Ma comincieremo a dar lo eſempio di alcuni di loro. Sia un campo di quattro linee A B C D, *talmente fatto che* A B *&* C D, *ſiano fra loro uguali di braccia* 10. *l'una & la teſta* B C, *ſia braccia* 4. *& la baſa* A D *brac cia* 16. *è di neceſſità trouare la ſua linea del piombo, che dalla teſta cadra in ſu la baſa, in queſto modo. Multiplichiſi uno di quei la ti uguali in ſe ſteſſo, & ſerbiſi da parte tale multiplicato: traggaſi poi la teſta dalla baſa, & di quel ce ne reſta, pigliſi la metà, et mul tiplichiſi queſta metà per ſe ſteſſa, & quel che ce ne viene traggaſi, di quel numero che poco fa ſi ſerbò da parte, & di quel ci reſta, pi= gliſi la radice quadrata, la quale ſara a punto la quantità delle brac cia della linea del piombo.*

Quando poi noi vorremo miſurare, o ſapere quante braccia ſia lo ſpazzo di coſi fatto campo, raccolgaſi la teſta con la baſa inſieme, et di quel che ce ne viene pigliſi la metà, & multiplichiſi per la a piom bo, & quel ce ne verra ſara lo ſpazzo del preſuppoſtoci quadrango= lo, & eccone lo eſempio piu manifeſto. Sia A B *brac cia* 10. *&* C D *ancora brac cia* 10. *infra loro uguali.* B C *braccia* 4. *&* A D *brac= cia* 16. *multiplichiſi il* 10. *in ſe ſteſſo, & ci dara* 100. *dipoi traggaſi* 4. *da* 16. *& ci reſterà* 12. *la metà del quale è* 6. *il quale multipli*

cato in ſe ſteſſo ci dara 36. *il quale numero traggaſi dal* 100. *ce ne*

restera 64. del quale 64. la radice quadrata è 8. che è la quantità delle braccia della a piõbo, che cade dalla testa B C *nella basa* A D, *raccolgasi adunque insieme 4.& 16.& ci dera 20.la metà del quale è 10. il quale multiplicato per 8..che è la a piombo ci dara 80. dicesi che il propostoci poco fa campo è 80.braccia simili.*

Come si misurino i campi quadrilunghi che habbino duoi angoli a squadra & lati diuersi. Cap. XVI.

E CI fusse proposto un campo che hauesse duoi angoli a squadra, et tutti i lati disuguali: ma duoi paralelli, cioè ugualmente lontani l'un dall'altro, faremo in questo modo. Raccolghinsi insieme i duoi lati paralelli, che concorrono con il terzo a fare gli angoli retti: & di quel che ce ne uerra piglisi la metà, & multiplichisi per la quãtità di detto terzo lato, che causa gli angoli retti. Dicesi che quel ne uerra sara la quantità delle braccia del propostoci campo. Seruaci per chiarezza dello esempio del detto campo il disegno E F G H, *la testa del quale sia* F G *braccia 6.& la basa* E H *paralella a detta testa sia braccia 18.& la a piombo* F E *sia braccia 5. & il quarto lato* G H, *sia quanto li tocchi, raccolgasi 6. della testa con 18. della basa, & ce ne uerra 24, la metà del quale è 12. il qual 12.multiplicato p la a piõbo che è 5.ci dara 60.ilche è il numero del presuppostoci campo.*

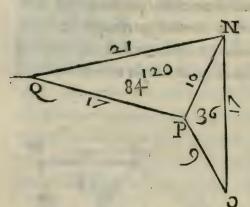
F 6 G
5 60
E 18 H

Come

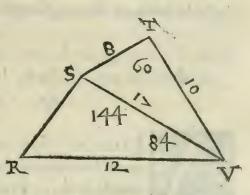
Come ſi miſuri un campo di quattro linee, che habbi duoi lati uguali & diuerſi angoli. Cap. XVII.

ISVRISI un campo che habbia duoi lati uguali, et angoli diuerſi in queſto modo, facciſene la prima coſa duoi triangoli, mediante la ſchianciana che ui occorre piu corta, & ritruouiſi la quantità delle braccia di qual ſi è l'un di detti triangoli, in quel modo, o con quella regola che ſi diſſe nel miſurare uniuerſalmente tutti i triangoli, percioche mettendo inſieme la quantità di amenduoi queſti triangoli, haremo lo intero del propoſtoci campo. Seruaci per eſempio che il campo ſia KLMN, *che habbi duoi lati paralelli, & li altri diſugualmẽte lontani l'un dall'altro, la teſta del quale* KL *ſia* 10. *braccia, et* 10. *braccia ancora il lato* KN, *& la baſa* MN *ſia braccia* 20. *et l'altro lato braccia* 16. *Truouiſi, o miſuriſi la ſchianciana, et ſia per modo di dire braccia* 12. *ſara adunque queſto noſtro campo diuiſo in duoi triangoli, cioè uno di angoli acuti, & di duoi lati uguali* LNK, *et l'altro hara angoli diuerſi, et diuerſi lati che ſara* LMN, *finalmen mente lo ſpazzo di quel triangolo che ha gli angoli acuti, & i duoi lati uguali, ſi trouerrà che ſara braccia* 48. *et l'altro* LMN *braccia* 96. *miſurãdoli con quelle regole che di ſopra ſi ſon date, i quali duoi numeri raccolti inſieme ci daranno braccia* 144. *che ſara lo intero dello ſpazzo del preſuppoſtoci campo.*

Come si misuri un campo di quattro linee, due delle quali sieno uguali, ma non contigue, & di angoli diversi. Cap. XVIII.

IACI proposto il campo NOPQ *che habbi duoi lati uguali* NO, *&* PQ *ciascuno de quali sia 17. braccia, & l'uno de gli altri duoi sia braccia 9. cioè* OP, *& l'altro, cioè il quarto sia braccia 21. Bisogna la prima cosa misurare la schianciana* NP, *la quale per modo di dire, sia braccia 10. haremo fatto adunque cō essa duoi triāgoli* NOP *&* NPQ *di angoli & di lati diversi, et mediante il 10. cap. quādo trattammo del modo universale del misurare i triangoli, trovammo che* NOP, *era 36. braccia, & lo* NPQ *sarà braccia 84. perilche raccolto insieme 36. & 84. fanno 120. che sono le braccia del propostoci campo* NOPQ.

Come si misuri un campo di quattro lati, & di quattro angoli diversi. Cap. XIX.

OTREBBECI ancora accadere lo havere à misurare un campo di quattro lati, & di quattro angoli diversi, come sarebbe lo RSTV, *il sinistro lato del quale* RS, *fusse peraventura braccia 10. & il lato di sopra,*

ſopra, o vogliamo dire la teſta S T, *fuſſe braccia* 8. *&* *il lato deſtro* T V, *fuſſe braccia* 15. *&* *la baſa* R V *braccia* 21. *A volerlo miſurare biſogna la prima coſa tirare la ſua ſchianciana* S V, *la quale ponghiamo di hauere trouata braccia* 17. *Sarà adunque diuiſoſi queſta pianta, o ſpazzo* R S T V, *in duoi triangoli di diuerſi lati, l'uno* R S V, *che è d'angoli ſotto & ſopra ſquadra, & l'altro* S T V, *che ha vno angolo retto, lo ſpazzo adunque del triangolo* R S V, *ſecondo la regola del cap. da miſurare uniuerſalmente ogni triangolo ſarà braccia* 84. *&* *l'altro* S T V *ſarà braccia* 60. *i quali numeri raccolti inſieme ci daranno braccia* 144. *che ſono la quãtità delle braccia dello ſpazzo del preſuppoſtoci campo* R S T V, *&* *baſtinci queſti vltimi tre eſempij, concioſia che nõ ci potrà occorrere forma alcuna di quattro linee tanto ſtrana, ſe ben ci ſono de gli altri modi da miſurarle, che non ſi poſſi miſurare per queſte vie. Et ſappiamo molto bene che quella forma de quattro lati del cap.* 15. A B C D, *ſi poteua diuidere in duoi triangoli di angoli retti fra loro uguali, & in vno quadrilungo di angoli retti, & de l'altra forma del cap.* 16. *cioè* E F G H, *ſi poteua diuidere in vno paralellogramo, ouero quadrilungo ad angol retto, & in un triangolo, o piu, & le piazze, o ſpazzi di eſſi triangoli, che fanno le figure de quattro lati ſi poſſono ancora trouare per altra via che per la regola del* 10. *cap. concioſia che ſi potrebbono trouare mediante le proprie poco fa date regole, ma queſto vltimo modo è piu vniuerſale, piu utile, piu facile, & piu breue di tutti gli altri.*

Delle forme di piu lati. Cap. XX.

POSSONCISI *offerire ancora molte forme di piu che quattro lati, & di piu che quattro angoli, le quali chiameremo campi, o figure, o forme di piu lati, le quali sono di due sorte, o regolari, o inregolari. Regolari son quelle che si posson disegnare dentro, o fuori di un cerchio con angoli et lati uguali, & che fuori, o dentro che elle siano del cerchio, hanno un medesimo centro insieme col cerchio stesso, inregolari son quelle che hanno, & i lati & gli angoli disuguali.*

Come si misuri generalmente un campo di molti lati, & di molti angoli, che sia di forma regolare. Cap. XXI.

A VOLERE *sapere quante braccia sia un campo di molti lati et angoli, che sia forma regolare, faccisi in questo modo. Truouisi primieramente il centro di detta forma, o figura, & tirisi dipoi dal detto centro la linea del piombo, che caschi nel mezo di qual si voglia de lati uguali. Multiplichisi dipoi la metà dell'ambito suo per la linea del piombo, & haremo la quantità di tutto il propostoci campo.*

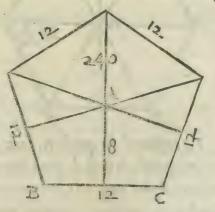
Quanto a trouare il centro di vna figura di piu lati, & angoli che sia regolare, faccisi in questo modo. Considerisi prima se la propostaci figura è di lati in casso, o in pari, se ella sarà di lati in pari, tirisi vna linea diritta che vadia dall'uno angolo all'altro oppostoli. Et fatto questo tirisene vn'altra pur diritta da dua altri angoli contrarij, et doue queste linee si intersecano insieme sarà il centro di detta figura: dal quale centro si debbe poi tirare la linea del piombo che

caschi

caschi nel mezo di vno de qual si voglia lato.

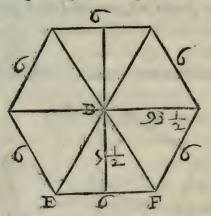
Ma se noi haremo a trouare il cētro di una figura che sia di lati in casso, tirinsi due linee diritte che partendosi dalli angoli, vadino a cadere, nel mezo a punto de lati contrarij a detti angoli, & doue dette linee si intersecheranno, insieme sarà il centro di detta figura di lati in casso. Questa è vna regola generale la piu facile di tutte, et che ne mostra piu chiara, & piu precisa la verità: & serue a tutte le figure che sono di linee diritte et regolari, come è ancora il triangolo & il quadro di tutti i lati uguali, del che chi vorra potra facilmentre fare esperientia. Ma porremo nel capitolo che segue lo esempio delle cinque facce, che i Greci chiamano Pentagono.

Come si misuri un campo di cinque angoli che sia regolare. Cap. XXII.

ICASI che la forma, o figura regolare di cinque lati, sia come la quì di sotto disegnata che ha per centro A & per basa B C, & la detta basa, o qual si sia vno de lati, sia braccia 12. trouato il centro A tirisi una linea da quello che caschi in sul mezo della basa B C a piombo, la quale sia braccia 8. multiplichisi le 12 braccia p li cinque lati, che ci daranno 60. & sapremo che la metà dello ambito è 30. multiplichisi dipoi 30. per 8. ce ne verrà 240. Conchiudesi che 240. brac=

R cia sarà

cia sarà il propostoci cinque facce di lati & d'angoli uguali, & rego lare. Il medesimo si farà, & siano quante braccia si voglino i lati del cinque facce, che i Greci come è detto chiamano Pentagono. Et così sia quante braccia si uoglia la linea del piombo che dal centro ca drà nel mezo di qual si voglia lato.

Come si misuri un campo di sei facce, & sei angoli ugua li che sia regolare. Cap. XXIII.

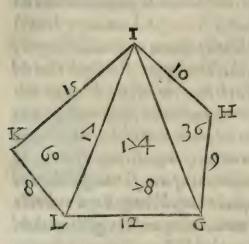
IACI per maggior dichiaratione delle cose passate propostо un campo di sei facce che sia D E F, *ciascun lato del quale sia braccia 6. & dal suo ritrouato cen tro si tiri una linea a piombo, che caschi sopra il mezo del lato* E F, *la qual sia braccia* 5 $\frac{1}{5}$. *tutto il circuito, ouero ambito adunque di questo campo sarà braccia* 36. *la metà del quale numero è* 18. *multiplichisi adunque* 18. *per* 5 $\frac{1}{5}$. *ce ne uerrà* 93 $\frac{3}{5}$. *che saranno le braccia di tutto il propostoci campo* D E F, *& il medesimo ci riuscirà di un campo che sia di sette facce, o di otto, et di tutti gli altri, & siano di quante facce si voglino in casso, o in pari.*

La ragione è che questo 6. facce è diuiso in 6. triangoli di angoli & lati uguali: le base de quali sono esse sei facce, & la linea diritta che cade dal centro D, *nel mezo della basa* E F, *è la linea del piombo: & la linea* E F *rappresenta la corda di un cerchio descrit-*

tole

tole a torno, & è chiaro che la linea del piombo bisogna che diuida detta E F, *in due parti uguali ad angoli retti, partendosi ella dal cen tro secondo la terza del terzo di Euclide. Diuisa adunque questa linea* E F *in due parti per la a piombo, fa di esso* D E F, *duoi triango li uguali infra di loro ad angoli retti, secondo la quarantunesima del primo di detto Euclide. I quali se si multiplicheranno per la metà di detta basa (in quel modo che insegnammo misurare i triangoli) ne verrà lo spazzo finalmente di esso triangolo. Et essendo i lati del sei facce infra loro tutti uguali, et le linee che cascano dal centro nel= le base ancor fra loro uguali (come facilmente si puo vedere per la quarta & per la ventiseesima del prima di detto Euclide) auuie= ne che la detta a piombo tirata nel mezo di qual si uoglia faccia, o ba sa, multiplicata per tutto lo ambito delle facce, fa triangoli doppi ad angoli retti delle dette facce, i quali triangoli rettãgoli ogni volta che noi li multiplicheremo per la metà di detto ambito, & la metà del ambito per loro, haremo la quantità dello spazzo di detto sei facce, et il simile potrem' fare dell'altre figure di piu facce a corrispondentia che sempre ce ne occorrerà il medesimo.*

Come si misuri un campo di piu facce, o lati diuersi, che sia inregolare. Cap. XXIIII.

N*EL misurare un campo che sia di diuersi lati & di diuersi angoli disuguali, & sia inregolari, bisogna primieramente risoluerlo, o diuiderlo in triangoli, cioè in minore numero di triangoli, che è possibile, et ne piu facili, & che piu espeditamente si posino misurare, secondo la regola generale che si disse del misurare i triangoli nel cap.* 10. *Percioche le quantità di qual si è l'uno di detti triangoli, raccolto in=*

ſieme tutte, ci daranno la intera quantità del propoſtoci campo di piu lati & angoli diſuguali inregolare. Delche ne daremo per piu facilità vno eſempio. Sia il propoſtoci campo di cinque lati, o facce inregolari G H I K L, *il lato del quale* G H, *ſia* 9. *braccia, & il lato* H I, *ſia braccia* 10. & I K, *braccia* 15. & K L, *braccia* 8. *et* G L, *braccia* 12. *Se dal punto* I, *ſi tireranno due litere diritte a punti* G L, *che per modo di dire ſendo fra loro uguali ciaſcun ſia braccia* 17. *ſarà diuiſo queſto pro propſtoci campo di cinque lati comodamente in tre triangoli, de quali vno ne ſarà di angoli & lati diuerſi, cioè il* G H I, & *l'altro* I G L, *di duoi lati uguali, & l'ultimo* I K L, *harà un angolo retto & tre lati diuerſi, lo ſpazzo adunque di quel triangolo ſegnato* G H I, *trouerremo eſſere braccia* 36. & *il* G I L, *braccia* 78. & L I K, *braccia* 60. *come ne paſſati diſegni del triangolo ſi è dimoſtro, raccolgaſi adunque* 36. 78. & 60. *inſieme & ce ne verrà* 174. *che è la quantità delle braccia del preſuppoſtoci campo di cinque lati & angoli diuerſi inregolare, che ſegnammo* G H I K L, *nel qual modo potremo a conſequenza giudicare, o fare de gli altri.*

Da queſto ne ſeguita (parlando delle figure inregolari) che quelle di cinque lati ſi debbon riſoluere in tre triangoli, quelle di 6. *in* 4. & *quelle di* 7. *in* 5. & *coſi ſucceſſiuamente delle altre, diſtribuendo eſſi triangoli ſecondo la commodità delli angoli, & de lati loro.*

De

De campi tondi. Cap. XXV.

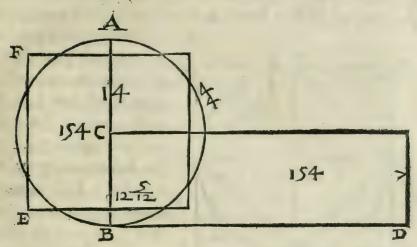
VASI la medesima regola si tiene nel misurare un campo che sia tondo, che quella che si è tenuta nel misurare le figure di piu facce & angoli: percioche si come dalla multiplicatione della linea del piombo, che dal centro cadeua in sul mezo di tutte le base di dette figure, nella metà del loro ambito, si trouò la quantità del detto campo di piu angoli & lati, cosi ancora dalla multiplication del mezo diametro nella metà del mezo cerchio, si ritrouerrà la quantità del nostro campo tondo, o in cerchio. Percioche hauendone data vna regola generale di tutte le figure di piu lati & di piu angoli, sarà ancora vera cosi nelle cose grandi, come nelle piccole. La onde seruirà ancora al cerchio, nel quale possono concorrere molti angoli & molte facce, quasi di numero infinite.

Come si truoui la quadratura del cerchio. Cap. XXVI.

RCHIMEDE Mathematico & Filosofo eccellentissimo, mostrò che lo spazzo del cerchio è uguale ad un triangolo che ha l'angol retto, un lato del quale di quelli che concorron a fare lo angolo retto sia uguale al mezo diametro del cerchio, & l'altro sia uguale a tutta la circunferentia, o vogliam dire circuito del cerchio. Percioche quando il mezo diametro si multiplica per tutto il circuito del cerchio, se ne fa vn quadrato di angoli a squadra per il doppio del cerchio, la metà del quale quadrato ad angoli retti, viene ad essere il medesimo triãgolo, uguale alla circunferentia, o circuito del cerchio.

Perilche

Perilche si vede mediante la sottilissima inventione di Archimede, che il mezo diametro multiplicato per la metà del circuito del cerchio, ouero per il contrario, genera un quadrato ad angoli retti, uguale come poco fa dicemmo al cerchio. Talche ei pare che ci resti solamente una difficultà, & questa è il trouare una linea retta, o diritta che dire la vogliamo, la quale sia uguale alla circunferentia, o circuito del cerchio. La quale il medesimo Archimede ci insegnò con dimostratione piu tosto diuina che humana. Conciosia che ei trouò per via di Geometria, che la circunferentia corrispondeua al diametro del cerchio per 3 $\frac{1}{7}$. cioè che il diametro aggirandosi tre uolte, et un settimo intorno al cerchio, finisce a punto il circuito di quello. Vero è che molti dicono che ei non è un settimo a punto, ma un poco manco, & piu di uno ottauo, di maniera che la circunferentia corrispõde al diametro come il 22. al 7. la qual regola è stata dalla maggior parte de gli huomini insino a quì osseruatá, non ci essendo stato per ancora alcuno (se ben molti sopra ciò hanno scritto) che ne habbi saputo trouare una migliore, come quella che a far questo pare che basti, non ci si discernendo differentia, o errore che sia quasi sensibile, ma vengasi allo esempio. Sia il nostro cerchio A B, *il centro del quale sia* C, *& il suo diametro sia braccia* 14. *sapremo adunque mediante la inuentione d'Archimede, che la sua circunferentia sarà braccia* 44. *la metà del qual* 44. *sarà ventidua, multiplichisi adunque il mezo diametro, che è* 7. *per* 22. *& ce ne verrà un quadrilungo ad angoli retti che sarà* C D, *di braccia* 154. *che è il numero delle braccia del presuppostoci cerchio* A B. *Et se ei si trarra la radice quadrata del* 154. *sarà* 12 $\frac{5}{12}$. *che tanto sarà il lato del quadrato uguale al detto cerchio, come è lo* E F. *In quante piu parti adunque diuideremo il diametro, tanto sarà piu fedele & certo il modo di trouare le parti, o quantità del cerchio. Conciosia che le parti*

di esso

di esso cerchio saranno piu minute & piu piccole, come quelle che dentro al cerchio haranno minore curuatura, & si distenderanno poco in lungo, per la qual cosa se ne farà uno spazzo piu vicino, & piu simile allo spazzo del cerchio scompartendolo con ottaui di braccio, piu tosto che con quarti mezi, o interi bracci, come facilmente si puo giudicare.

Come si truoui in altro modo la quadratura del cerchio. Cap. XXVII.

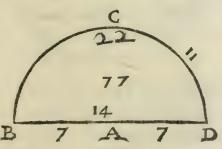
INSEGNA *ancora Archimede uno altro modo da riquadrare il cerchio, conciosia che egli dimostrò che il quadrato che si fa del diametro del cerchio, ha quella medesima proportione ad esso cerchio che ha il 14. allo 11. cioè di tre undicesimi piu. Se si misurerà adunque il diametro del cerchio, & si multiplicherà in se stesso, & da quel ne uiene, se ne cauerà tre quattordicesimi, ne resterà lo spazzo del propostoci cerchio. Et eccone lo esempio.*

Sia

Sia il cerchio A B C D, il centro del quale sia E, & il diametro sia come quel dell'altro, braccia 14. le quali multiplicate in loro stesse fanno 196. cioè il quadrato F G H I, disegnato fuori del cerchio, i tre quattordicesimi di esso 196. è 42. il quale numero se si trae di 196. ce ne resterà 154. che sono le braccia del proposto ci cerchio. Et se noi partiremo 42. per 4. ce ne verrà 10 ½. per parte che sono la quantità delle braccia di ciascuno di quei triãgoli che restano in su canti F G H I, fuori del cerchio. Donde si vede manifesto che il cerchio e in proportione al quadrato A B C D, che è disegnato dẽtro al cerchio, come è lo 11. al 7. cioè di quattro settimi piu. Et perche ei nõ pare che ci bisogni dimostratione piu chiara che quella dell'occhio a voler vedere che il quadrato di fuori è per il doppio del quadrato di dentro, corrisponde adunque il quadrato maggiore al minore come il 14. al 7. cioè per il doppio, sarà adunque il quadrato di dentro braccia 98. & quel di fuora braccia 196. come nel 2. cap. del 4. della sua Arismetrica mostra Orontio stesso. Si come si truouano mediante il diametro, & la circunferentia, le braccia dello spazzo del cerchio, cosi ancora per il contrario, dato che sappiamo quanto sia esso spazzo, trouerremo quanto sia & il diametro & la circunferentia, percioche se noi aggiugneremo allo spazzo tre undicesimi si farà il quadrato che si genererà del diametro del cerchio, la radice quadrata del quale sarà esso lato del quadrato, et per consequenza

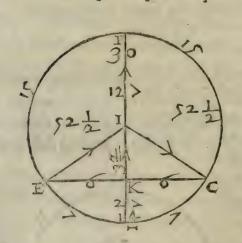
ſequenza il diametro del cerchio. Percioche ſaputo che haremo la quantità del diametro, ſapremo ancora la quantità del cerchio in quello ſteſſo modo che ſi è inſegnato. Seruaci per eſempio che lo ſpazzo del di ſopra diſegnato cerchio ſia 154. braccia, le quali ſi hanno a partire per 11. & ce ne verrà 14. per parte, il qual 14. multiplicato per 3. ci darà 42. raccolgaſi dipoi inſieme il 154. & il 42. & ce ne uerrà 196. la radice quadrata del quale è 14. diceſi che tãte braccia ſarà il diametro del preſuppoſtoci cerchio. Et ſe queſto diametro 14. ſi multiplicherà per 3. & a quel che ne viene ſi arrogerà la ſettima parte che è 2. ce ne verrà 44. che ſono la quantità delle braccia della circunferentia, o del cerchio, ilche ſi puo fare di tutti gli altri ſimili.

Come ſi miſurno i campi che ſono mezi tondi. Cap. XXVIII.

DALLE coſe paſſate ſi diſcerne facilmente il modo da miſurare le portioni del cerchio & il diametro: pcioche ſi come dal multiplicare del mezo diametro nella metà del cerchio ſi caua la quantità delle braccia dello ſpzzo del cerchio, coſi ancora della multiplication di eſſo mezo diametro nella quarta parte d'un cerchio ſi caua la quantità delle braccia d'un ſpazzo d'un mezo cerchio.

Seruaci per eſempio che ci ſia propoſto un mezo cerchio che ſia B C D, *il diametro del quale*

sia B A D *che passi per il centro* A *& sia braccia* 14. *& lo arco* C B D *braccia* 22. *multiplichisi adunque il mezo diametro* A B *nell'arco* B C, *che è la metà di esso* B C D, *cioè* 7. *per* II. *&* *ce ne verrà* 77. *dicesi che tante braccia sarà lo spazzo del propostoci mezo cerchio.*

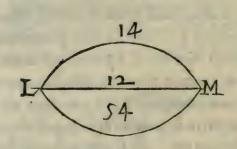
Come si misurino i campi che sono piu, o meno che mezi tondi. Cap. XXIX.

IL MEDESIMO *vorrei si giudicasse di qualun che partitore del cerchio, percioche se si multipliche rà la metà del diametro per la metà dello arco, che è intrapreso dal partitore, si hara la quantità delle braccia del campo intrapreso dal partitore, & dalla portione che li tocca del cerchio. Partitore si debbe intendere per quei* 2. *mezi diametri che non andando ad un filo, intraprendono quella portione di cerchio che tocca loro, si come mostra la figura* E F I, *ouero* F I G, *ouero la* G I E *in disegno. Della quale sia per nostro esempio tutto il cerchio intero*

braccia 44. *& l'arco* E F G *braccia* 30. *& ciascuno dello* E F, *&* F G *braccia* 15. *& il mezo diametro di esso cerchio braccia* 7. *Se noi vorremo adunque misurare lo spazzo dello intersecatore, ouero partitore* E I F, *o dell'altro* F I G, *multiplichisi il* 7. *del mezo diametro per la metà di uno di quei duoi* 15. *cioè in* 7 $\frac{1}{2}$. *& ce ne verrà* 52 $\frac{1}{2}$.

& tante

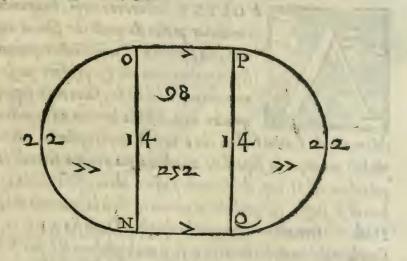
& tante braccia diremo che sia lo spazzo di E I F, *dispersè, & il simile quello del* F I G. *Et se noi multiplicheremo il medesimo* 7. *del mezo diametro nel* 15. *cioè nella metà dell'arco* E F G, *ce ne verrà* 105. *che saranno le braccia della figura* E F G, *come ne dimostra il* $52\frac{1}{2}$. *addoppiato insieme. Talche per la medesima ragione la figura* E I G, *sara braccia* 49. *Misurisi ancora la portion maggiore & la minore di questo cerchio in questo modo. Sia per modo di dire nel nostro cerchio* E F G H *la corda* E G *braccia* 12. *che diuida la portione del cerchio maggiore* E F G, *dalla minore* E H G, *et sia la parte del diametro* F H, *che viene intrapresa fra il centro* I, *& la corda* E G, *cioè* I K *braccia* $3\frac{2}{3}$. *& tutte le altre cose siano come le ponemmo di sopra, & come le dimostra la figura. Misurisi adunque la prima cosa il partitore* E F G I, *& sia il suo spazzo come prima braccia* 105. *multiplichisi dipoi lo* I K, *a piombo per la metà della corda* E G, *cioè* $3\frac{2}{3}$. *in* 6. *& ce ne verra* 22. *ilche sara a punto lo spazzo del triangolo di duoi lati uguali* E I G, *raccolgasi dipoi insieme* 105. *&* 22. *& ce ne verra la quantità della propostaci portione maggiore del cerchio che sara* 127. *Et se noi trarremo lo spazzo del detto triangolo di duoi lati uguali* E I G, *da tutto il partitore* E I G H, *lo spazzo ouero campo del quale trouammo poco fa che era a punto braccia* 49. *vedremo chiaramente che ce ne resterà lo spazzo della portione minore* F H G, *che sara braccia* 27. *& è questo modo che al presente si è mostro molto esatto & piu preciso, come si vede, che gli altri modi che usa il vulgo.*

Come si misurino i campi che hanno dello ouato. Cap. XXX.

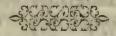
A QVEL che si è detto si vede manifesto, come si poßino misurare i campi, o le figure che habbino dello ouato, come è la figura che qui di sotto si vede segnata L M, *percioche tirata la corda* L M, *se ne fara due portioni di cerchio uguale l'una all'altra, gli spazij delle quali portioni, ritrouati per quella via che si è detta di sopra, se si raccorranno insieme ci daranno il tutto di esso campo, ouero figura ouata* L M. *Seruaci per esempio che la corda* L M, *sia braccia* 12. *et l'uno & l'altro de gli altri archi braccia* 14. *sarà lo spazzo di qual si voglia portione braccia* 27. *le quali raccolte insieme faranno braccia* 54. *che tanto è il tutto della figura ouale, che qui è disegnata.*

Come si misurino i campi che hanno del quadrilungo, & dello ouato. Cap. XXXI.

E MANCO facilmente si puo misurare un campo che sia di figura ouale & quadrilunga, come è lo N O P Q *percioche misurati amēduoi gli spazzi de mezi cerchi, & il quadrilungo ad angoli a squadra, mediante quelle regole che habbiam dette di sopra, i quali spazzi rac*

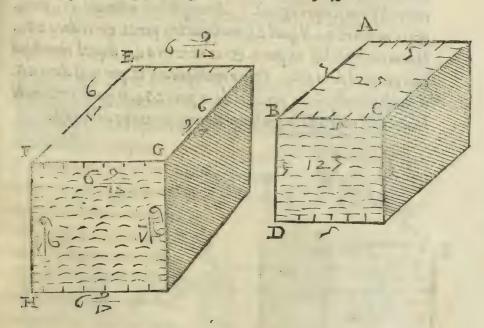
colti

colti insieme, ci daranno la quantità delle braccia dello intero spazzo di questa così fatta figura, come per esempio se l'arco di qual si uoglia mezo cerchio fusse braccia 22. et la linea che li diuide N O, *oue ro* N Q *fusse braccia* 14. *et ciascun de lati* O P & N Q *braccia* 7. *sarà lo spazzo di qual si voglia di questi mezi cerchi braccia* 77. & *lo spazzo del quadrilungo ad angoli retti, sarà braccia* 98. *i quali nu meri raccolti insieme faranno* 252. *che saranno la quãtità delle brac cia di tutto il nostro presuppostoci campo* N O P Q & *il medesimo si può fare similmente di tutte quelle figure che saranno composte di qual si voglia portion di cerchio, & di linee rette, et non ci potrà scadere forma, o figura alcuna piana di qual si voglia sorte che con le sopradette regole non si possa misurare.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

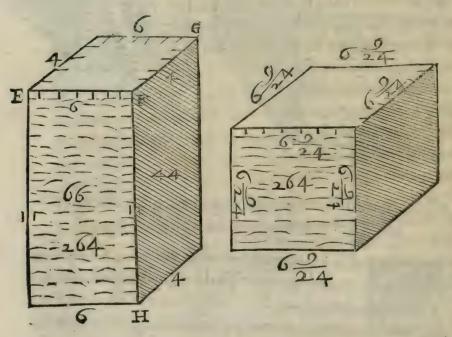
DI COSIMO BARTOLI
Gentilhuomo, & Academico Fiorentino,

LIBRO TERZO.

Come si misuri un corpo quadro come un dado. Cap. I.

VOLERE misurare i corpi, è ragioneuole cominciar prima da quelli che sono di angoli retti, o a squadra. Per procedere quanto piu si puo ordinatamente, & per fare questo comincerenoci dal dado, fatto di sei superficie quadre uguali infra loro & ad angoli retti, chiamato da Latini Cubo, che è vno de corpi regolari. Multiplichisi adunque la superficie quadrata già trouata secondo la regola data nel II. *cap. del secondo passato libro, esser braccia* 25. *nel lato di se stesso, & quel che ce ne verra sarà la quantità del detto Dado. Seruaci per esempio che il nostro Dado sia* A B C D, *ciascun lato del quale sia braccia* 5. *se si multiplichera il* 5. *per se stesso ci dara* 25. *che saranno le braccia di vna superficie di esso. Multiplichisi dipoi vna di esse superficie per un lato, cioè per* 5. *& haremo* 125. *che sarà a punto il numero delle braccia di tutto il Dado le quali braccia si debbono intendere quadre per ogni uerso, cioè il sodo ouero la grossezza. Et se si raddoppiera il numero* 125. *ce ne verra*

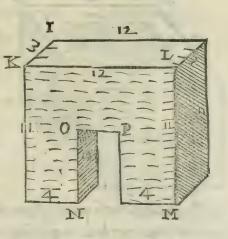
250. *la radice cubica del quale ſara 6 $\frac{2}{17}$. che ſarebbono la quantità delle braccia di un lato di un Dado, maggiore per il doppio che il detto* A B C D, *& il ſimile ſi potria giudicare ſe ſi rinterzaſsi, o rinquartaſsi à proportione. Ma per eſempio, ponghinſi ſoli duoi diſegni in queſto modo, cioè lo* A B C D, *per il primo Dado, &* E F G H, *per lo addoppiato, ben prego che chi legge, habbia auuertēza che per tali demoſtrationi è forza moſtrare detti dadi in proſpettiua.*

Come ſi miſuri un corpo di angoli retti, ma che habbi la metà de lati maggiori che li altri. Cap. II.

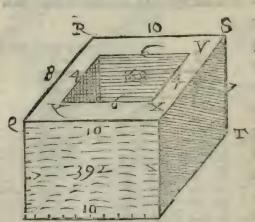
*Q*VASI *nel medeſimo modo ſi miſurera un corpo, ouero dado ancor che ſia da vna parte piu lungo, che hara gli angoli retti, o vogliam dire a ſquadra. Perciochè ſe noi multiplicheremo una qual ſi voglia ſuperficie*

perficie quadrata, ad angol retto di quelle che terminano detto corpo o dado, in un lato di quelli che con essa si riscontrano ad angol retto, ce ne verra la grossezza di questo dado lungo. Misurisi adunque lo spazzo di qual si voglia superficie secondo la regola dello II. *cap. del passato libro, & quel che ce ne verrà, multiplichisi come quì di sotto si dirà. Sia il dado lungo* E F G H, *il lato* E F, *del quale sia braccia 6. & il lato* F G *braccia 4. & lo* F H *braccia* II, *& i lati di contro li sieno sempre uguali. Multiplichisi adunque il 6. per 4. & ce ne uerra 24. il qual 24. multiplichisi per* II. *& ci dara 264. Ouero multiplichisi* II. *per 4. & ce ne verra 44. il qual rimultipli cato per 6. ci dara 264. Ouero multiplicato* II. *per 6. ci dara 66. il quale rimultiplicato per 4. ci dara pure 264. le quali saranno le braccia del nostro dado piu lungo da una parte che dall'altra.*

Et se

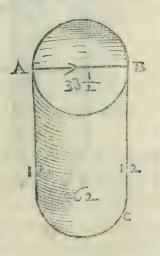
Et se ei si trouerrà la radice cubica di esso 264. come è 6 $\frac{9}{27}$. se ne fara un dado di tante braccia per ciascũ lato, che sarà a punto ugua le al primo popostoci dado da una parte piu lungo: come nelle figu= re disegnate si uede. Et il detto dado lungo si potra mediante la passata regola addoppiare, rinterzare, o rinquartare a piacimẽto.

Come si misuri un corpo di muraglia, o d'altro, che sia a squadra ancor che in esso siano alcuni uani, o finestre. Cap. III.

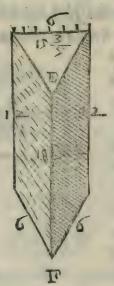
M*EDIANTE le cose dette si vede quanto sia faci le misurare un corpo di una muraglia, o d'altro fat= to a squadra, ancor che in esso siano alcuni vani, o finestre. Seruaci per esempio che il muro, o corpo di muraglia sia* I K L M, *la grossezza* I K, *del quale sia braccia* 3. *&* *la larghezza* K L *braccia* 12. *et la altezza* L M, *braccia* 11. *nella qual muraglia sia un uano, o por ta che sia* N O P, *alta brac= cia* 6. *& larga* 4. *multipli= chisi* 12. *per* 3. *& ce ne ver ra* 36. *il quale multiplicato per* 11. *ci dara* 369. *Mul= tiplichisi dipoi* 4. *per* 3. *che ci dara* 12. *il qual multipli= cato per* 6. *ci dara* 72. *trag= gasi dipoi* 72. *dal* 396. *et ce ne restera* 324. *Dicesi che* 324. *braccia quadre è il pro postoci muro, o corpo di muraglia, o d'altro* I K L M.

Come si misuri un corpo ad angoli retti, che sia uoto dentro. Cap. IIII.

IL MODO *passato dichiara come si possa misurare un corpo di muraglia, o di pietra, o di marmo che fusse uoto dentro. Percioche presuppostoci che il nostro corpo simile sia* QRST, *la larghezza di fuori del quale* QR, *sia braccia* 8. *& la lunghezza* RS, *braccia* 10. *& la altezza* ST, *braccia* 7. *& il vano del uoto di dentro* VX, *sia per larghezza braccia* 4. *& per la lunghezza* XY, *braccia* 6. *& la altezza quella stessa di prima. Multiplichisi primieramente* 10. *per* 8. *& ce ne verrà* 80. *il qual si multiplichi per* 7. *& ce ne uerra* 560. *Multiplichisi dipoi* 6. *per* 4. *& ne verra* 24. *il quale rimultiplicato per* 7. *ci dara* 168. *Traggasi adunque* 168. *di* 560. *& ci restera* 392. *dicesi che tāte braccia sara il corpo della muraglia propostoci* QRST. *Il medesimo si potra fare corrispondentemente de gli altri. Di maniera che se si esaminera vna uolta diligentemente quāti barili di acqua, o di vino, vadino per braccio quadro, potremo facilmente sapere quanto tenga questo, o altro vaso quadro fatto di linee diritte ad angoli retti: che ne va cinque per braccio quadro.*

Come si misurino le colonne generalmente. Cap. V.

E COLONNE sono corpi lunghi che da piede, & da capo hanno base uguali, & da per tutto sono di una medesima grossezza. Ne mi è però nascoso per questo che secondo le regole della architettura, elle si uariano in diuersi modi, faccendole nel mezo piu grosse, & ristrignendole a collarini secondo i generi, & le opportunità, o uoglie delli Architettori, ma in questo luogo io intẽdo di parlare di un corpo fatto a guisa di colonna: ma di uguale grossezza per tutto & terminato da base uguali. Quando adunque la vorremo misurare, multiplichisi la prima cosa la circunferentia della basa nella altezza, o vogliam dire lunghezza della colonna, & tal multiplicato sara lo spazzo, o vogliam dire la superficie di detta colonna per la lunghezza, alla quale aggiugnendo amenduoi gli spazzi dell'una & l'altra basa, haremo la intera superficie di tutta la colonna. Multiplichisi dipoi questa superficie per la lunghezza della colonna, & haremo le braccia quadre della grossezza di detta colonna.

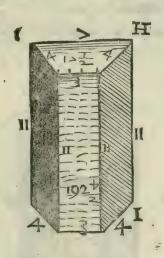
Sia la detta colonna uguale per tutto A B C, *la quale i Latini & i Greci chiamarono Cylindro, & il suo diametro* A B, *cosi da pie come da capo sia braccia 7. & la altezza* B C, *sia braccia 12. secondo la regola del cap. 26. del passato libro trouerremo la circunferentia, di qual si è l'una di dette base essere braccia 22. et lo spazzo della basa 38½. multiplichisi adunque 22.*

per 12. & ne verra 164. a quali aggiungasi due volte 38 $\frac{1}{2}$. cioè 77. & ce ne uerra 241. dicesi che tante braccia quadre è tutta la superficie di detta colonna, & se ei si multiplichera 38 $\frac{1}{2}$. per 12. ce ne verra la intera grossezza della colonna, che saranno braccia 462. di sodo.

Come si misuri una colonna che sia in triangolo di lati uguali. Cap. VI.

IA la colonna in triangolo D E F, *et i triangoli siano uguali, & di lati uguali da capo & da piede, et ciascun lato del triangolo sia braccia 6. & la altezza braccia 12. p quella regola che si dette nel cap. 5. del passato libro trouerremo lo spazzo di esso triangolo essere braccia 15 $\frac{3}{5}$. & il suo ambito 18. Multiplichisi adunque primieramente 18. per 12. & ce ne verrà 216. al qual numero aggiunghisi due volte il 15 $\frac{3}{5}$. cioè 31 $\frac{1}{5}$. & ce verra 247 $\frac{1}{5}$. dicesi tante braccia quadre essere la superficie di detta colonna. Multiplichisi dipoi esso 15 $\frac{3}{5}$. per il 12. & ce ne uerra 187 $\frac{1}{5}$. che saranno le braccia della grossezza di detta propostaci colonna in triangolo* D E F.

Come

Come si misurino le colonne di forme quadrate. Cap. VII.

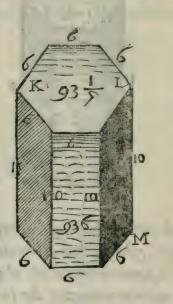
SE LA colonna sarà quadra ad angoli retti, si misura in quel medesimo modo che dicemmo nel cap. 2. di questo libro, che si misurauano i corpi ad angoli retti che haueuano una parte de lati, piu lunga che l'altra. Ma se le sue base saranno inregolari, cioè di lati & di angoli disuguali, trouato lo spazzo della basa, come si insegnò nel ca. 15. del passato libro, si ha nel resto a operare, in quel modo che poco fa si è detto nel capitolo inanzi a questo.

Siaci proposta la disegnata colonna GHI, *di forma quadrangolare, & quanto alla basa di lati & di angoli disuguali, se ben le base respettiuamente sono fra loro uguali. I lati maggiori delle quali base siano braccia 7. l'uno, et quei de fianchi braccia 4. l'uno, & quei dinanzi braccia 3. l'una, & la altezza di detta colõna sia braccia 11.*

Sarà dunque lo spazzo di questa basa, secondo la regola del 15. cap. del passato libro braccia $17\frac{1}{2}$. & il suo ambito braccia 18. Multiplichisi adunque 18. per 11. & ce ne verra 198. al quale aggiungasi due volte $17\frac{1}{2}$. cioè 35. & ce ne verra 233. che saranno le braccia di tutta la superficie di questa colonna quadrangolare. Multiplichisi dipoi $17\frac{1}{2}$. nel medesimo 11. & ce ne verra $192\frac{1}{2}$. il

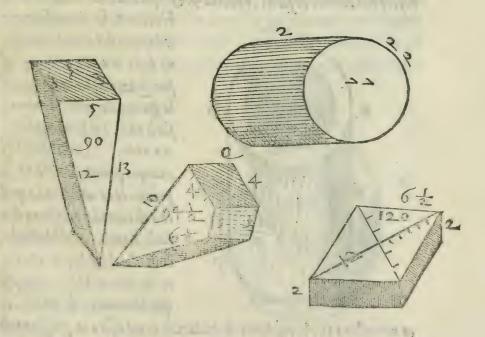
qual

qual numero sarà a punto la quantità delle braccia della grossezza di detta colonna G H I.

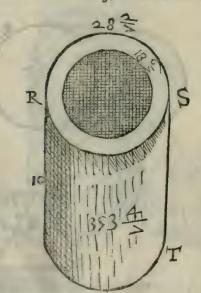
Come si misuri una colonna di sei facce. Cap. VIII.

IL MODO di misurare la colonna di sei facce potra suegliare gli ingegni di coloro che leggoro, a potere trouare il modo di misurare le altre colonne, che hauessino diuersi & varij angoli. Sia la colonna di sei facce K L M, *la altezza della quale sia braccia 16. & qualunche lato delle sei facce, sia braccia 6. sarà adunque la sua circunferentia braccia 36. et lo spazzo braccia* $93\frac{1}{5}$. *secondo la regola data nel 23. cap. del passato libro. Multiplichisi adunque 36. per 16. & ce ne uerra 576. al quale aggiungasi due uolte* $93\frac{1}{5}$. *cioè* $187\frac{1}{5}$. *et ne verra* $763\frac{1}{5}$. *che sono il numero delle braccia di tutta la superficie, multiplichisi adunque dipoi* $93\frac{1}{5}$. *per la altezza, cioè per 16. & ne uiene* $1497\frac{1}{5}$. *et tante saranno le braccia della grossezza di tutta questa colonna. Il simile si potra fare di tutte le altre colonne simili, ne douiamo marauigliarci se il piu delle volte il numero delle braccia superficiali auanza il numero delle braccia della grossezza, imperoche in qualunque braccio di sodo, o di grossezza sono braccia sei quadre.*

Come

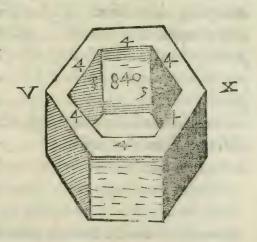
Come si misurino i rocchi, o pezzi di qual si uoglia colonna. Cap. IX.

ALLE regole passate si uede manifesto, come si possa misurare qual si uoglia pezo, o rocchio di colonna tonda, o triangolare, o quadrangolare, come è il disegno N, *che pare una macine, o il disegno* O, *che è come un conio, o il* P, *simile ad una mandorla, o il* Q *forma quadrangolare di diuersi lati & angoli, & simili altri corpi che da per tutto siano di una medesima altezza. Percioche trouati gli spazi delle base come si è detto ne passati capitoli. Se le si multiplicheranno per la altezza ne nascera la quãtità delle braccia di essi corpi, cioè le braccia della grossezza. Ne fa di mestiero di mostrare particular=*

ticularmente con gli esempi il modo del misurare qual voglia di questi corpi, potendo occorrerci una moltitudine di essi infinita, & essendo la regola data generale per tutti, basti solo porne 4. in disegno con i lor nomi & numeri per dimostratione.

Come si misurino le colonne uote. Cap. X.

BISOGNA *per misurare le colonne uote trouare la grossezza del tutto, non altrimenti che se ella non fussi uota, ma massiccia. Et dipoi trouare ancora la quantità del suo uoto; & trarlo della grossezza del tutto. Seruaci per esempio una colonna di lati uguali & base ancora uguali, che sia* R S T, *la altezza della quale sia braccia* 10. *il diametro del cerchio di fuori, braccia* 9. *& quel del cerchio di dentro, braccia* 6. *la circunferentia adunque del cerchio maggiore sarà braccia* $28\frac{2}{7}$. *&* *il suo spazzo braccia* $63\frac{9}{14}$. *& lo spazzo del cerchio minore sarà* $28\frac{2}{7}$. *&* *la circunferentia* $18\frac{6}{7}$. *Multiplichisi adunque primieramente* $63\frac{9}{14}$. *per* 10. *et ce ne uerra la quantità di tutta la grossezza che sarà* $636\frac{3}{7}$. *Multiplichisi dipoi* $28\frac{2}{7}$. *per* 10. *& ce ne uerra* $282\frac{6}{7}$. *traggasi questo numero da* $636\frac{6}{7}$. *et ce ne restera* $353\frac{4}{7}$. *&* *tante braccia viene ad essere la grossezza di essa colon=*

essa colonna uota, puossi ancora trarre $28\frac{2}{7}$. da $63\frac{9}{14}$. & multiplicare quel ci resta per 10. et ci accorgeremo di hauere il medesimo numero delle braccia $353\frac{4}{7}$.

Come si misurino le capacità di qual si uoglia corpo, o uaso uoto, che sia regolare. Cap. XI.

EL misurare si fatti vasi piglisi la pianta, o spazzo del fondo di dentro & multiplichisi per la sua altezza, ouero profondità, & ci dara la misura di quanti barili sia capace detto uaso, posto però che noi sappiamo prima quanti barili entrino per braccio quadro. Seruaci per esempio che vn braccio quadro tenga barili 4. de nostri da vino, & sia il vaso di sei facce V X. i lati del quale & nel fondo, & in bocca ancora siano ugualmente braccia 4. & la sua altezza, o profondità sia braccia 5. per tutto, sarà adunque lo spazzo del fondo braccia 42 per quel che si mostrò nel 23. cap. del passato libro, multiplichisi adunque 42. per 5. & ce ne verrà 210. Dicesi che tante braccia quadre è la capacità del uaso. Et perche si è detto che qual si voglia braccio quadro tiene 4. barili de nostri da uino, multiplichisi di nuouo 210. per 4. & ce ne verra 840. Debbesi adunque conchiudere che il detto vaso tiene barili 840. da uino, & gli

V chiamo

chiamo da vino a differentia del barile da olio che si fa che è minore. Et però auuertiscasi bene che qualità di liquore, habbi a tenere il vaso, & che quantità sia quella del barile con che si misura detto liquore.

Come si misurino le piramide. Cap. XII.

T*VTTE le Piramidi, o Aguglie che sono di base, o lati regolari si misurano in un medesimo modo. Perciochè se si multiplicherà la basa di qual si uoglia piramide regolare per la terza parte della sua altezza, ce ne verrà la sua grossezza, oueramente se si multiplicherà lo spazzo di essa basa per tutta la altezza della piramide, & piglisi il terzo di quel che ce ne verrà sarà il medesimo. Conciosia che qual si voglia piramide a facce è la terza parte di vna colonna che fusse della medesima altezza, & hauessi la medesima basa. Ilche interuiene ancora delle tonde pur che l'una, & l'altra habbino vna medesima altezza, & vna medesima basa, come pruoua Euclide al nono cap. del 12. libro. Restaci a mostrare in che modo si truoui la altezza di detta piramide, cioè la linea del piōbo, che dalla sua punta cade nel centro della basa, ilche faccisi in questo modo, multiplichisi il lato che sta a pendio di detta piramide per se stesso, & pongasi da parte tale multiplicato: dipoi multiplichisi il mezo diametro del cerchio, della basa pur in se stesso, et traggasi quel che ce ne viene dal multiplicato che si pose da parte, & di quel che ci resta cauisene la radice quadrata che sarà la propostaci altezza della piramide.*

Seruaci per esempio che la piramide sia A B C, *& dalla cima sua* A. *fino alla circunferentia della basa sia braccia* 13. *bisogna primieramente trouare la linea del piombo* A C, *però multiplichisi il* 13

in se

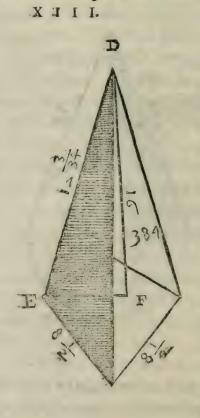
in se stesso ci dara 169. posto che tutto il diametro sia 10. torrenne la metà, cioè 5. & multiplicato in se stesso ci darà 25. ilche traggasi del 169. & ci resterà 144. la radice quadrata del quale è 12. dunque 12. braccia sarà la linea del piombo A C, *percioche secondo la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato che si facesse della linea* A B, *sarebbe uguale a duoi quadrati che si facessino della linea* A C, *& della* C B. *Lo spazzo finalmente del cerchio* B C, *cioè la basa è braccia* $78\frac{4}{7}$. *& la sua circunferentia* $31\frac{3}{7}$. *secondo quel che si disse nel cap. 25. del passato libro: Multiplichisi adunque* $78\frac{4}{7}$. *p* 12. *& ce ne verrà* $942\frac{6}{7}$. *il terzo del qual numero è* $314\frac{2}{7}$. *che è la quantità delle braccia quadre della grossezza della detta piramide* A B C. *Oueramente multiplichisi il detto* $78\frac{4}{7}$. *per* 4. *cioè per la terza parte di esso* 12. *& ce ne uerrà di nuouo* $314\frac{2}{7}$. *come prima. Ma se uolessimo sapere le braccia quadre superficiali, multiplichisi il lato* A B, *per la metà della circunferentia della basa, et quel che ce ne uerrà saranno le braccia quadre superficiali della detta tonda piramide. Ouero multiplichisi la*

basa per il lato medesimo A B, *& diuidasi quel ce ne viene per il mezo diametro* B C, *percioche ce ne verrà la superficie della pira=*

 mide,

mide, alla quale se si aggiugnerà la superficie della basa, haremo la intera superficie di tutta la piramide. Multiplichisi adunque la prima cosa la metà di essi 31$\frac{3}{7}$.cioè 15$\frac{5}{7}$. p 13. et ce ne verrà 240$\frac{2}{7}$. Ouero multiplichisi 78$\frac{4}{7}$. per 13. & ce ne verrà 1021$\frac{3}{7}$. ilche partito per 15. ci darà di nuouo 204$\frac{2}{7}$. Dicesi che tante sono le braccia superficiali di detta piramide senza la basa, alle quali se si aggiugneranno le 78$\frac{4}{7}$.della basa haremo il tutto delle braccia superficiali che saranno 282$\frac{6}{7}$. a punto.

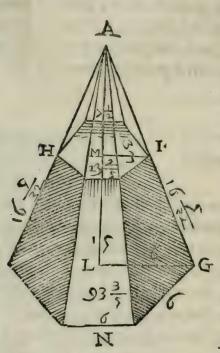
Come si misuri una piramide di quattro facce. Cap. XIII.

SIA la piramide di quattro facce da misurarsi D E F *ciascun lato della basa della quale sia braccia 8$\frac{1}{2}$. & la linea che dalla cima* D, *cade in su gli angoli della basa sia braccia 17$\frac{3}{11}$. et la meza schiaciana della basa che ua da angolo ad angolo sia braccia 6. lo spazzo della basa adunque secondo il cap.11. del passato libro, sarà braccia 72 & la linea del piombo* D E, *cioè la altezza della piramide, sarà braccia 16. Se si multiplichera 6. per se stesso haremo*

remo 36. & 17$\frac{3}{34}$. ancora multiplicato per se stesso ci darà 292. dal quale se ne trarremo 36. ci restera 256. la radice quadrata del qual numero è 16. multiplichisi adunque 72. per il terzo di detto 16. che 5$\frac{1}{3}$. & ce ne verrà 384. Ouero multiplichisi il medesimo 72. per 16. & ce ne verrà 1152. il terzo del quale multiplicato è pure 384. Conchiudesi adunque che la grossezza di questa piramide è braccia 384 quadre. Et la sua superficie si trouerrà facilmente, se trouata la quantità di una delle sue facce, cioè quante braccia superficiali ella è dispersè, le accozzeremo tutte a quattro insieme con la superficie ancora della loro basa.

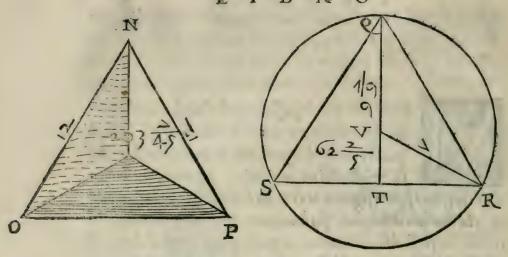
Come si misuri una piramide che non fusse intera, cioè un tronco di piramide. Cap. XIIII.

SE perauentura ci fusse proposto a misurare un troncone di una piramide, che li mancasse la punta, ma dalla basa al suo tutto fusse di linee di una medesima lunghezza, faccisi in questo modo. Tirinsi le linee de suoi lati insino a tanto che congiugnendosi insieme terminino il tutto della parte che mãca, dipoi misurisi tutta la piramide, secondo la passata regola. Misurisi ancora dipoi quel supplemento della piramide che si è fatto di linee, non altrimenti che se fusse una piramide dispersè; Et quel che di questa ci verrà, si tragga della misura di tutta la piramide maggiore; & quel che ci rimarrà sarà la grossezza del troncone della piramide, ouero della piramide spezzata. Seruaci per esempio che questa piramide rotta sia di 6. facce GHI, *terminata dalla basa di sotto, & dalla rottura di sopra che sieno facce piane di sei lati l'una con angoli fra loro uguali; & le sei facce de lati sieno ancora fra loro uguali, ciascuna delle quali sia*

braccia

braccia 6. & i lati della rottura, o piano di ſopra ſiano braccia 3. l'uno. Ponghinſi duoi regoli a diritto per lo lungo de duoi lati oppoſiti l'uno all'altro talmente lunghi che andando ad vnirſi inſieme, terminino la lunghezza della piramide come ſe non fuſſe rotta: & doue detti regoli concorrono ad congiungnerſi inſieme ſia il K, *& il lato* G K, *braccia* $16\frac{1}{32}$. *et* H K, *braccia* $8\frac{1}{16}$. *ſarà adunque la linea del piombo* K L, *braccia* 15. *&* K M, *braccia* $7\frac{1}{2}$. *& la pianta della baſa, ouero ſpazzo di tutta la piramide ſarà braccia* $93\frac{3}{5}$. *& lo ſpazzo della rottura o piano di ſopra* H I, *braccia* $23\frac{2}{5}$. *talche per le ſopradette coſe la groſſezza di tutta la piramide, ſarà braccia* 468. *quadre. Et la groſſezza della piramide minore* H K I *ſarà braccia* $58\frac{1}{2}$. *ſe ſi trarrà adunque* $58\frac{1}{2}$. *del* 468. *ce ne reſterà* $409\frac{1}{2}$. *Diceſi la piramide rotta, o moza eſſere braccia* $409\frac{1}{2}$. *cioè la ſua groſſezza.*

Come

Come ſi miſuri una piramide di quattro triangoli uguali, che ſi potrebbe chiamare quattro baſe. Cap. XV.

EDIANTE le paſſate regole ſi uede manifeſto, come ſi puo miſurare una piramide, che fuſſe fatta di quattro triangoli uguali, uno de quali ſeruiſſe per baſa, & gli altri tre per i lati. Seruaci per eſempio che la preſente figura ſegnata N O P, *ſia la noſtra propoſtaci piramide, ciaſcun lato della quale ſia braccia* 12. *& il mezo diametro del cerchio che fuſſe diſegnato intorno a qualunque ſi uogli di detti triãgoli, ſarebbe braccia* 7. *& la linea del piombo che da qual ſi uoglia angolo cadeſsi, ſul mezo del lato a detto angolo oppoſito, o contrario ſarebbe braccia* $9\frac{7}{9}$. *& lo ſpazzo di qual ſi uoglia triangolo di lati uguali ſaria braccia* $62\frac{2}{5}$. *come ſi uede nel diſegno ſegnato* Q R S, *che il mezo diametro del cerchio tirato intorno allo ſpazzo del triangolo* R V, *è braccia* 7. *di quelle medeſime che il lato del triangolo è* 12. *& la linea del punto* Q T, *è braccia* $9\frac{7}{9}$. *talche da queſte coſe ſi puo uedere che lo ſpazzo di qual ſi uoglia triangolo è braccia* $62\frac{2}{5}$. *per il che la groſſezza tutta della piramide di quattro triangoli,* N O P, *è tutta braccia* $203\frac{7}{45}$. *ſode, cioè braccia* 203. *& quaſi un ſeſto di braccio. Delche eccone le figure.*

Come si misuri una piramide tonda, per uolerne segandola cauarne uno ouato. Cap. X V I.

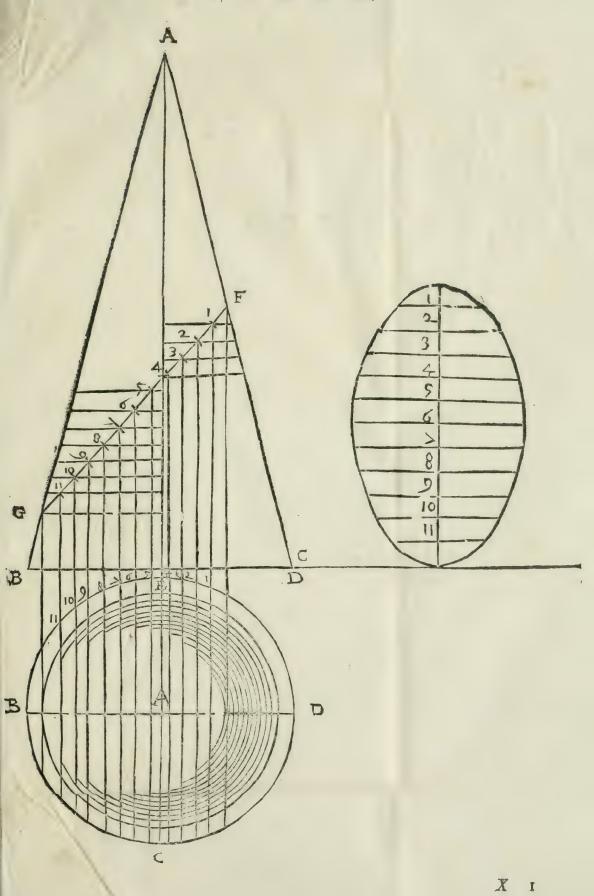
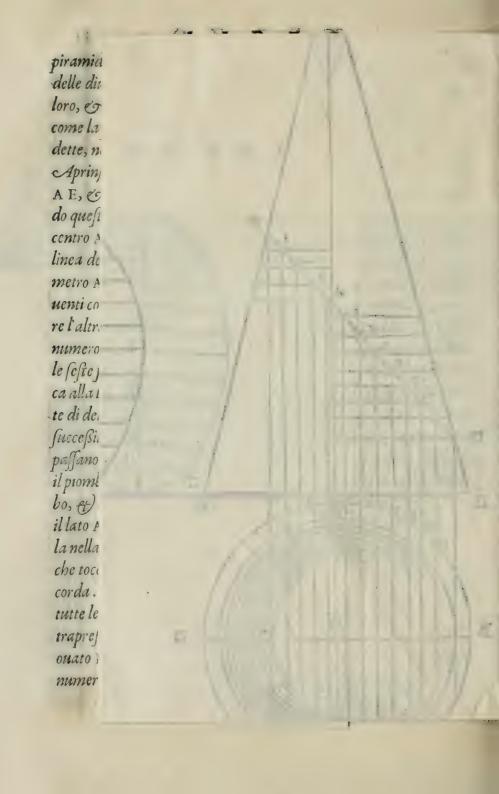
OLTE uolte puo occorrere alli artefici che di una piramide tonda, o di porfido, o di diaspro, o d'altra pietra fine, o forse gioia, gli bisogni segandola cauarne uno ouato, non perdendo punto di detta pietra, o gioia, se non quanto porta uia nel passare la sega; & che segata la piramide ci scuopra quella forma dello ouato, che ci saremo presupposta, & che cauare se ne possa secondo che comporta la grossezza, & la altezza di detta piramide, Per la qual cosa ci bisogna considerare prima in quanti modi si puo segare la piramide, i quali modi sono quattro, o a trauerso, o a schiancio senza arriuare alla basa, o a schiãcio, & tagliare anco parte della basa, ouero per lo lungo secundo il piombo di detta piramide.

Quanto a trattare del primo modo, cioè del segarla per trauerso non mi distenderò nel parlarne, perche dandoci tali segature sempre forme

forme tonde, si puo con un paio di seste con le punte torte all'indietro, pigliare sempre la grossezza in ogni luogo della piramide, & secondo che vorremo maggiore, o minore diametro quiui dirizare il filo per la sega. Ma quando ne vorremo segandola a schiancio cauare una forma ouata, faccisi in questo modo. Dicasi che la piramide sia A B C D E, *& che la sua linea del piombo sia* A E, *di braccia* 2. *& il suo diametro* B D, *braccia* 1. *& che se ne vogli cauare uno ouato alto braccia* 1. *& largo* $\frac{2}{3}$. *di braccio, rizzisi per formare lo ouato una linea di un braccio che sia* F G, *& diuidasi in* 12. *parti uguali, & da ciascuna diuisione tirinsi linee fra loro paralelle che faccino angoli a squadra cõ la* F G, *nelle loro intersecationi, alle quali cominciando da* F, *applichinsi i numeri* 1. 2. 3. 4. *&c. sino a che il* 12. *uenga al* G. *Diuidasi dipoi il lato della piramide* A D, *in due parti uguali: & detta diuisione si chiami* F, *& presa poi la altezza* F G, *che si ordinò per formare lo ouato, con le seste, trasportisi nella piramide; talche il piè delle seste che nella linea per lo ouato si pose alla* F, *torni alla* F, *della piramide, & con l'altro guardisi doue si interseghi il lato* A B, *di essa piramide, & quiui fatto un punto, si chiami* G, *talche haremo di già trasportata la altezza dell'ouato, nella piramide, ma a schiancio, alla quale applichinsi le diuisioni & i numeri che ha l'altra, & da ciascuna diuisione tirinsi linee trauerse dal piombo* A E, *della piramide sino al lato* A D, *che serbino sempre la uguale altezza che tocca loro, infra esse & la basa; & ciò si faccia insino a tanto che le diuisioni non passano la linea del piombo* A E, *percioche quando le diuisioni passano la linea del piombo verso il lato* A B, *bisogna anco tirare dette trauerse dal piombo, al lato* A B. *Fatto questo disegnisi un cerchio sotto la piramide, che habbi tanto diametro quanto ha la piramide, & il suo centro venga a diritto del piombo* A E. *Questo cerchio rappresentando la pianta della*

piramide segnisi ancor esso A B C D E. *Tirinsi dipoi da ciascuna delle diuisioni della* F G, *della piramide linee diritte paralelle infra loro, & fra il piombo* A E, *che vadino a diuidere cosi la piramide come la pianta, nella parte della quale* B E D, *che vien diuisa dalle dette, notinsi i numeri per quello ordine che si notarono di sopra.* *Aprinsi dipoi le seste per la larghezza che è fra la linea del piombo* A E, *& la* F, *principio della* F G, *in essa piramide, & trasportando questa distantia nella piãta, tenendo fermo vn piè delle seste nel centro* A, *tirisi una portione di cerchio, qual ci daranno le seste dalla linea del numero* I. *nella pianta fino a tanto che passando per il diametro* A D, *termini nella altra parte di detta linea* I. *talche ella diuenti corda di questo arco. Tornisi dipoi nella piramide a pigliare l'altra distantia fra la linea del piombo* A E, *& il lato* A D, *del numero, o diuisione* 2. *& trasportisi nella pianta, & con un piè delle seste fermo pur nel centro* A, *tirisi quella portion di cerchio che tocca alla linea* 2. *della pianta, come si fece della linea* I. *talche una parte di detta linea* 2. *diuenti corda di detto arco che le tocca. Et cosi successiuamente si facci di tutte le altre, fino a tale che i numeri non passano la linea del piombo, come si vede il* 4. *nel disegno, che è fra il piombo & il lato* A D. *Ma quando i numeri sono fra il piombo, & il lato* A B, *bisogna pigliare queste distantie fra il piombo, & il lato* A B, *come interuiene della diuisione segnata* 5. *& trasportarla nella pianta, & far come delle altre, quella portione di cerchio che tocca a detta linea* 5. *della pianta, talche parte di essa ne diuenti corda. Et cosi seguire di fare di tutte. Trasportate che haremo tutte le distantie nella pianta, et tirati i loro archi piglisi la corda intrapresa del primo arco segnato* I. *& trasportisi nella linea* I. *dello ouato* F G, *& cosi tutte l'altre, ma ciascuna però respettiuamente a numeri corrispondentisi, & vedremo che come il diametro* B D,

della

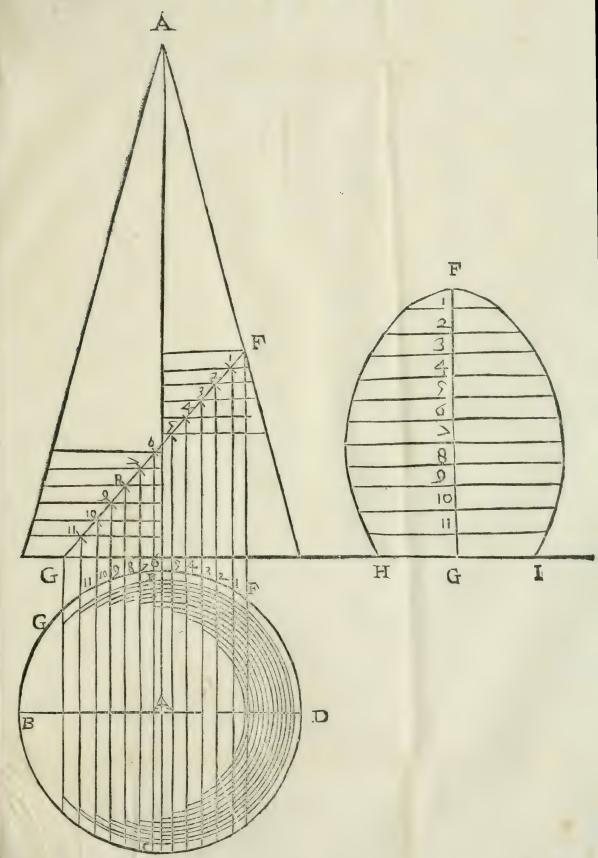
A
F
G
B
C
D
B
A
D
C
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

della pianta diuide le corde di detti archi, coſi la F G, *dell'ouato di- uide a corriſpondentia le paralelle, o corde dello ouato. Vedremo oltra queſto che la corda dello arco 6. ſarà a punto la larghezza del noſtro ouato, cioè $\frac{2}{3}$. concioſia che ella è la linea della diuiſione della ſchianciana* F G, *che la diuide a punto nel mezo. Adunque la pianta ci moſtra che quando la ſega ſara paſſata per la linea* F G, *della piramide, & la hara diuiſa, haremo uno ouato ſimile a quello ci eramo propoſto alto* I. *braccio & largo $\frac{2}{3}$. Et ricordiamoci che a uolere mantenere la lunghezza & la larghezza di tale ouato, non ſi puo porre in coſi fatta piramide il filo per la ſega in altro luogo che nel detto, perche ſi varierà ſempre la forma dello ouato, ogni uolta che traſporteremo, o piu ſu, o piu giu nella piramide, detta* F G, *con- cioſia che traſpontandola in ſu la larghezza diuenta ſempre minore, & traſpontandola in giu maggiore, manterrebbeſi adunque la altez za & non la larghezza, come ancora ſe voleßimo traſportare, o piu ſu, o piu giu la ſteſſa larghezza ſi uarierebbe la lunghezza, & queſto baſti quanto al cauarne lo ouato, la larghezza o lunghezza del quale hauendo hauuti queſti auuertimenti ſi potra pigliare a corriſponden tia piu ſu, o piu giu come ci tornerà piu commodo.*

Ma quando ſi voleſſe cauare di detta piramide una faccia, o forma che non fuſſe ouata del tutto, ma che haueſſe da piede vna baſa, biſogna conſiderare che larghezza noi vogliamo che habbi det ta baſa di tal faccia, o forma, & traſportarla nella pianta talmente che diuenti corda di quel arco che li tocca, & p eſempio dicaſi che la pianta, & la piramide ſia la medeſima che la paſſata, & che ne uo gliam cauare una forma che ſia parte di ouato, alta medeſimamen- te un braccio, et larga nella ſua baſa $\frac{2}{3}$. aprinſi le ſeſte per la larghez za di detti $\frac{2}{3}$. & traſportiſi nella pianta ad angoli a ſquadra del dia metro B D, *& ſi chiami* H I, *la quale tiriſi in lungo ſino nella baſa*

della piramide, & doue la tocca quiuisi segni G, aprinsi poi le seste alla altezza di un braccio, & fermo un piè di esse in detto G, ueggasi doue l'altro interſega il lato A D, della piramide, et quiui si segni F, & tutto il resto si operi nel medesimo modo che si fece nella operatione passata, & nella fine di tale operatione vedremo la forma dello ouato essere quale ci mostra il disegno che segue, che sarà alto braccia I. & largo da piè $\frac{2}{3}$. ne si puo di cosi fatta piramide cauare forma simile che ci dia le dette altezze & lunghezze in altro luogo, perche variando uno di questi termini, varia sempre lo altro, ma si puo bene tenendo ferma la lunghezza hauere dal piè dello ouato piu o meno di $\frac{2}{3}$. secondo ci tornerà piu commodo, o che varieremo nel trasportare la quantità della corda che vorremo in essa pianta, del piu, o del meno de $\frac{2}{3}$. potremo ancora tenendo ferma la larghezza del da piede de $\frac{2}{3}$. fare la altezza, o piu lunga, o piu corta di detta forma, che già ci proponemmo di un braccio, come potrà vedere chi ne farà esperientia con le dette regole, & per maggior dichiaratione veggasi in disegno quel che si è detto.

Ma quanto al vltimo modo di segar la piramide per la lunghezza paralellamente al suo piombo, perche facilissimamente solo con il pigliare le altezze, dalla altezza della piramide, et le larghezze dalla basa di detta si puo vedere & trouare qual si voglia faccia che ci vogliamo, non ne diro altro.

Come

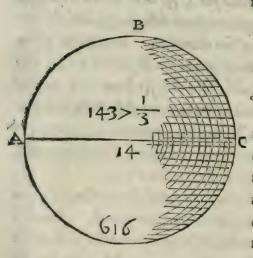
A
F
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
G
G
B
D
C
F
H
G
I

della pir
alla alte
doue l'a
& tutt
ne passa
ouato e
cia I. e
ma sim
che v
puo be
o men
traspo
piu, o
del da
form
ne fa
vegg

za p
pigli
basc
vog

Come si misurino i corpi tondi. Cap. XVII.

PARE a molti come in vero è che una palla, ouero un corpo sferico, sia il comune ricetto de cinque corpi regolari, come che dentro ad esso si posino disegnare detti corpi, & non dentro a nessuno altro corpo, o forma di corpo. La detta palla si puo misurare in duoi modi, cioè o la superficie di fuori, o tutta la grossezza, & per far ciò. Multiplichisi primieramente il diametro della palla per la sua maggior circunferentia: & quel che ce ne verrà, sarà la quantità delle braccia della superficie di detta palla, et la ragione è che la superficie tonda è uguale, o simile ad un cerchio il diametro del quale fusse il doppio maggiore che quel della palla. Ouero multiplichisi lo spazzo della circunferentia di detta palla per 4. et ce ne verrà il medesimo, perche la superficie è per quattro tanti dello spazzo, cioè del cerchio descritto in piano intorno al suo diametro. Seruaci per esempio la dimostratione della palla disegnata quì di sotto A B C, *il diametro, della quale cioè quello della superficie sia braccia* 14. *adúque per il* 26. *cap. del libro passato, la circunferentia della palla sarà braccia* 44. *et lo spazzo* 154. *Multiplichisi adunque* 44. *per* 14. *& ce ne verrà* 616. *ouero* 154. *per* 4. *et ce ne uerrà il medesimo* 616. *& tante braccia è la superficie di detta palla* A B C.

Ma se noi volessimo sapere la grossezza di detta palla, cioè quante braccia sode ella è lo potremo sapere in quattro modi. Primieramente multiplichisi la quantità della superficie della palla per la sesta parte del diametro. Ouero la terza parte della superficie nel mezo diametro, oueramente multiplichisi lo spazzo della circunferentia in tutto il diametro di detta palla, & piglisene i duoi terzi di tale multiplicato. Conciosia che secondo Archimede, quella colonna che ha

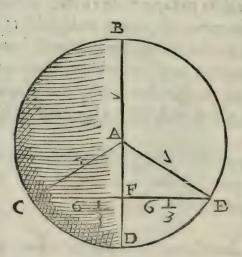
ha per basa il cerchio della palla, & per altezza il diametro di detta palla corrisponde per sesquialtera, cioè per la metà piu a detta palla. Ultimamente trouerremo il medesimo, se misurata una piramide tonda, che habbi la basa quanto la circunferentia della palla, & alta quanto il mezo diametro di detta palla, & la multiplicheremo per 4. conciosia che la palla è per quattrotanti di detta piramide come poco fa si disse. Multiplichisi 616. per 2 $\frac{1}{3}$. che è la sesta parte di esso diametro già detto 14. & ce ne verrà 1437 $\frac{1}{3}$. oueramente multiplichisi 205 $\frac{1}{3}$. che è il terzo di esso 616. già trouata superficie per 7. che è il mezo diametro, & ce ne verrà di nuouo 1437 $\frac{1}{3}$. Et se si multiplicherà 154. per 14. ce ne verrà 2156. i duoi terzi del quale multiplicato sarà medesimamente 1437 $\frac{1}{3}$. Ouero se si multiplicherà 154. per 2 $\frac{1}{3}$. cioè p la terza parte del mezo diametro ce ne uerrà 359 $\frac{1}{3}$. il qual numero multiplicato per 4. sarà medesimamēte 1437 $\frac{1}{3}$. perilche per tutti questi modi si truoua la grossezza della palla essere 1437 $\frac{1}{3}$. Da questo si puo raccorre cosi la grandezza di essa meza palla, quanto ancora la grādezza del suo sodo, imperò che saputa la metà dell'una & dell'altra, sapremo quel che andauamo cercando.

Potremo trouare ancora il medesimo se si multiplicherà la circunferentia per il mezo diametro, ouero multiplichisi lo spazzo della detta palla per 2. & haremo la metà della superficie tonda. Accioche

cioche tutte le cose siano come nel passato esempio, multiplichisi 44. per 7. o 154. per 2. & nel un modo & nell altro, ce ne verrà 308. che è la metà di 616. al quale se si aggiugnerà 154. ce ne verrà la intera superficie della meza palla che sarà braccia 462.

Ma se noi vogliamo la grossezza della meza palla, multiplichisi la superficie della palla per la sesta parte del mezo diametro. Ouero la terza parte di essa superficie della palla per il mezo diametro. Ouero lo spazzo del cerchio maggiore per il mezo diametro, & piglisi i duoi terzi del multiplicato. Ouero multiplichisi lo spazzo di esso cerchio, o circunferentia per un terzo del mezo diametro, & raddoppisi il multiplicato, & ce ne verrà sempre la meza grossezza della palla. Ma mostrinsi li esempi secondo l'ordine detto di sopra. Multiplichisi 308. per $2\frac{1}{3}$. & ce ne verrà $718\frac{2}{3}$. ouero multiplichisi $102\frac{2}{3}$. che è il terzo della superficie della palla per 7. che è il mezo diametro, & ce ne uerrà medesimamente $718\frac{2}{3}$. ouero multiplichisi 154. per il medesimo 7. & ce ne verrà 1078. i duoi terzi del quale è pure $718\frac{2}{3}$. Et se si multiplicherà 154. per $2\frac{1}{3}$. ce ne verrà la piramide $359\frac{1}{3}$. che addoppiata ci farà medesimamente $718\frac{2}{3}$. tanta è adunque la grossezza della meza palla, peroche $718\frac{2}{3}$. è la metà di $1437\frac{1}{3}$.

Come si misuri un segamento maggiore, o minore del diametro di una palla, o la portion maggiore, o minore di detta palla. Cap. XVIII.

E NOI *hauessimo a segare una palla, una parte della quale hauessi ad essere maggiore della metà, & che il segamento hauesse ad essere, o maggiore, o minore del diametro, faccisi in questo modo per sapere & il segamento, & la superficie, & la grossezza. Sia il cerchio*

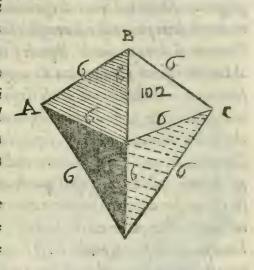
cerchio maggiore della palla A B C D E, *cioè* A *centro*, & B D *diametro*, & C F *sia il filo del segamento minore, che con angoli a squadra intersegbi il diametro* B D, *nel punto* F, *ilche viene ad esser diametro del cerchio minore, che diuenterebbe il piano, o faccia di tale segatura se per esso passasse la sega, & si facesse due parti disuguali di detta palla, della quale la parte maggiore della meza palla sarebbe* C B E, & *la minore* E D C. *Se vorremo un segamento maggiore del mezo diametro, tirinsi dal* C, & *dalla* E, *duoi mezi diametri, che uadino a cõgiugnersi nel centro* A. *Dipoi p trouare primieramente la superficie tõda di amẽdue queste portioni di palla, auuertiscasi che corrispondentia habbia quella portione di linea retta* A F, *intrapresa fra la diuisione* C E, & *il centro* A, *con la* A C, *o con la* A E, & *a tale corrispondentia, o proportione, traggasi la parte proportionale della metà della superficie tonda, & ce ne resterà la superficie della parte minore, lo arco della qual parte uiene ad essere* C D E *Et se si aggiugnerà la medesima parte proportionale alla metà della superficie sferica, ce ne uerrà la superficie della parte maggiore, della quale lo arco sara* C B E, & *la parte della cima* B.

Seruaci per esempio che il diametro B D, *della palla sia braccia* 14. A F *braccia* 3. & F D 4. & *l'altre cose come nell'altra palla, perche il* 3. *e* $\frac{1}{7}$. *del mezo diametro lieuisi* $\frac{1}{7}$. *da* 308. *come è* 132. *ce ne resterà*

ne resterà 176. dicesi che tante braccia è la superficie tonda della C D E, *portion minore di detta palla. Aggiughisi dipoi 132. cioè $\frac{3}{7}$. di detto 308. ad esso 308. & ce ne verrà 440. che sarà il numero delle braccia della superficie tonda della portion maggiore* C B E. *Et quando auuenisse che sapessimo la altezza di* B E, *& volessimo sapere quella di* F D, *multiplichisi* C F, *ouero* F E, *per se stessa, conciosia che le sono fra loro uguali secondo la terza del terzo di Euclide, & il multiplicato diuidasi per la medesima* B F, *& sapremo* F D. *& cosi per lo altro verso se si partirà questo medesimo multiplicato per* D F, *haremo la* F B. *Seruaci per esempio che dalla quarantasettesima del primo di Euclide si vedrà che* C F, *ouero* F E, *sarà braccia $6\frac{1}{3}$. che multiplicate per loro stesse fanno braccia 40. partasi adunque 40. per 4. & ce ne verrà 10. & tanta sarà* B F, *ouero partasi il detto 40. per 10. & ce ne verrà 4. che è quel tanto che dicemmo essere* F D. *Posto adunque che sappiamo la altezza di qual si voglia di queste diuisioni, potremo per essa trouare la altezza dell'altra. Quanto alla grossezza di dette portioni di palla si truouano in questo modo. Multiplichisi la trouata superficie dell'una, & dell'altra portione per la sesta parte di detto diametro. Ouero la terza parte dell'una et dell'altra superficie, per il mezo diametro, conciosia che nell'un modo & nell'altro si truoua il segamento maggiore della basa, che è* A C B E, *& il minore* E A C D, *perilche se si aggiugnerà la piramide che ha per basa il cerchio minore, & per diametro* C E, *& per altezza* A, *ad esso segamento* A C B E, *ce ne verrà la portione maggiore* C B E. *Ouero se si trarrà la medesima piramide* A C E, *dal segamento* A C D E, *ci resterà la grossezza della portione minore. Misurisi adunque inanzi all'altre cose la piramide* A C E, *come si mostrò nel passato Capitolo, la quale sarà braccia $126\frac{4}{63}$. che son quasi $\frac{1}{16}$. Multiplichisi dipoi 176.*

per 2 2/3. ouero 58 2/3. che è il terzo di 176. per 7. che nell'un modo & nell'altro ce ne verrà 410 2/3. che è il numero delle braccia del segamento A C D E. *Multiplichisi di nuouo 440. per 2 1/3. ouero 146 2/3. che è il terzo di detto 440. per il detto 7. et haremo per l'uno & per l'altro modo 1026 2/3. che è il numero delle braccia del segamento* A C B E, *al quale se si aggiugnerà 126. et 4/63. ce ne verrà la portione maggiore* C E B, *che sarà braccia 1152 46/63. Ouero se si trarrà il medesimo 126 4/63. del 410 2/3. ci resterà la portion minore* C B E, *che sarà braccia 284 38/63. et per fede delle sopra dette cose, se si metterà insieme l'uno & l'altro segamento, cioè 1152 46/63. & 284 38/43. ce ne resulterà nell'un modo & nell'altro la poco fa ritrouata grossezza della palla, cioè braccia 1437 1/3.*

Come si misuri lo otto facce corpo regolare di otto triangoli uguali. Cap. X I X.

P*ER le cose dette si uede come si misuri il quattro base, corpo composto di quattro triangoli di lati uguali, il 6. base, cioè il dado, et come si chiamino corpi regolari infra i cinque di Euclide, restaci adunque a trattare delli altri tre, cioè dello otto facce, che è composto di otto triāgoli di lati uguali infra loro, et del uenti facce, che si fa di venti triāgoli simili, & del dodici facce che si fa di dodici pentagoni che hanno cinque lati per vno. Tratteremo adunque prima dello otto facce, qual direno che sia* A B C, *per sapere la grossezza del quale multiplichisi uno de lati in se stesso, et quel ce ne viene, rimultiplichisi per il diametro di esso otto facce, & di quel ce ne viene piglisi il terzo, quale ci darà la proposta grossezza. Conciosia che in questo modo si viene a fare vna colonna a facce, che è per tre tanti di esso corpo di*

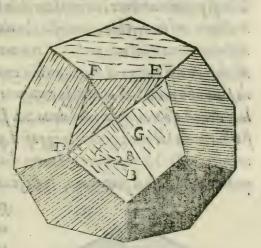
po di otto facce. Ma per trouare il diametro multiplichisi un lato in se stesso, & addoppisi il multiplicato, & poi sene caui la radice quadrata secondo la quarãtasettesima del primo; la qual radice sarà il detto diametro. Seruaci per esempio che ciascuno de suoi lati sia braccia 6. adunque multiplicato per se stesso ci darà 36. & addoppiato ci darà 72. la radice quadrata del qual numero è $8\frac{1}{2}$. dicesi che 8. braccia & $\frac{1}{2}$. è il diametro di detto 8. facce. Multiplichisi ultimamente 36.

per $8\frac{1}{2}$. & ce ne verrà 306. il quale partito per tre haremo 102. & tanto è il numero della grossezza di detto otto facce, cioè 102. braccia sode. Et multiplicando lo spazzo di vna di esse facce triangolari per 8. ci darà la quantità delle braccia superficiali del tutto di detto otto facce.

Come si misuri il dodici facce fatto di pentagoni, cioè di dodici superficie di cinque lati uguali l'una. Cap. XX.

ISVRISI *vna delle dodici piramidi secondo che si insegnò nel 12. cap. di questo libro, & poi si multiplichi vna di queste piramidi per 12. & haremo la grossezza di esso 12. facce, conciosia che il 12 facce*

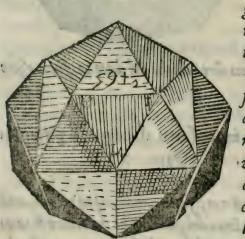
è diuisibile in dodici piramidi, le base delle quali sono li dodici penta goni che terminano il dodici facce, le punte delle quali si vanno a cõ giugnere insieme, nel centro di esso dodici facce. Ma per misura re una di dette piramidi è di necessità sapere il fuso, o vogliam dire il piombo di detta piramide, ilquale si trouerrà in questo modo. Multiplichisi vna linea tirata da angolo ad angolo, la piu vicina sotto ad vno di detti angoli per se stessa, & quel che poi ce ne viene multiplichisi per 3. & di tal multiplicato piglisi la radice quadrata che sarà il diametro del dado, sopra il quale è fabricato il 12. facce. La metà del qual diametro, ouero radice, multiplichisi per se stessa, & dal multiplicato traggasi il quadrato del mezo diametro del re= sto del cerchio disegnato intorno a detto pentagono, vltimamente ca uisene la radice quadrata che sarà il fuso, ouero il piombo di qual si è l'una piramide pentagonale. Et se si multiplicherà un lato del penta gono disegnato dentro al medesimo cerchio, p se stesso & trarrassene il multiplicato del quadrato del lato del pentagono, & di quel ci re= sta, se ne cauerà la radice quadrata, trouerremo a corrispondentia il mezo diametro del cerchio disegnato a torno al detto pentagono, oue ro trouato il centro del pentagono, quella linea diritta che da esso an drà a qual si voglia angolo del pentagono, ci mostrerrà piu facilmen te il medesimo. Seruaci per esempio il dodici facce, l'una delle ba se del quale sia un pentagono D E F, ciascun de lati del quale, sia braccia $4\frac{2}{3}$. & la linea piu vicina, che è sotto all'angolo D E F, sia D F di braccia $7\frac{3}{5}$. & il mezo diametro del cerchio disegnato intor= no al pentanogo sia braccia 4. Multiplichisi $7\frac{3}{5}$. per se stesso, & ce ne verrà $57\frac{2}{5}$. il qual numero rinterzato ci darà $172\frac{1}{5}$. la radice quadrata del quale, che è il piombo del quadrato sopra il quale è fa bricato il 12. facce, è $13\frac{8}{65}$. & la metà di questa radice è 6. & $\frac{73}{130}$. Multiplichisi di nuouo $6\frac{73}{131}$. per se stesso, & ce ne verrà $42\frac{45}{65}$. del

qual

qual numero traggasene il quadrato del mezo diametro E G, *cioè se dici, et ce ne resterà* $26\frac{4}{65}$. *la radice quadrata del quale è* $5\frac{113}{650}$. *& tanta è la altezza, o vogliamo dire il piombo di qual si voglia di dette piramidi, et lo spazzo del pentagono* D E F, *secondo la regola del 22. capo del passato libro si trouerrà essere braccia* $37\frac{2}{5}$. *il qual multiplicato per* $5\frac{113}{650}$. *ci darà* $193\frac{306}{1950}$. *il quale partito p 3. ci darà* $64\frac{5}{13}$. *in circa: percioche vi manca solamente* $\frac{1}{975}$. *& tante braccia sode uiene ad essere la grossezza di essa piramide pentagonale, multiplichisi finalmente* $64\frac{5}{13}$. *per 12. & haremo il tutto delle braccia sode, o vogliamo dire cubiche del detto 12. facce essere* $772\frac{8}{13}$. *a punto.*

Come si misuri il uenti facce fatto di corpi, o piramidi triangolari. Cap. XXI.

ER misurare vn si fatto corpo bisogna primieramente trouare la linea del piombo, che dal centro di tutto il corpo cade in qual si voglia basa; come quella che termina, la altezza di ciascuna delle 20. piramidi delle quali si fa questo corpo. Truouisi dipoi la quantità di una di dette piramidi, secondo la regola data nel 12. cap. di questo libro, & multiplichisi per 20. & haremo la grandezza di tutto questo corpo,

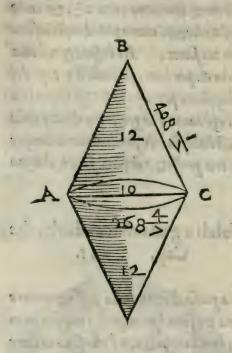
conciosia

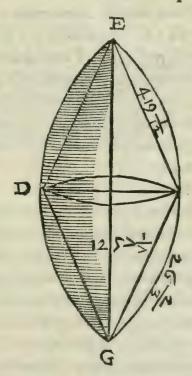
conciosia che il uenti facce, si fa di venti piramidi che hanno tre l[a]ti fra loro uguali la punta delle quali è il centro commune di tutto il venti facce. Et il fuso, ouero piombo di qual si voglia piramide si ritruoua in questo modo, cioè la altezza di qual si voglia piramide. Notisi primieramente ciascun lato delle base del pentagono disegnato dentro ad un cerchio, conciosia che dato vn lato di un pentagono descritto dentro ad un cerchio, si truoua ancora il lato del 10. facce da descriuersi dentro al detto cerchio, come è quella corda che si porrà sotto alla metà dell'arco del pentagono. Misurisi adunque un lato delle base triangolari del detto 20. facce, & multiplichisi per se stesso, & da tal multiplicato traggasi il quadrato del lato del 10. facce, & ci resterà il quadrato del mezo diametro del cerchio, dentro al quale è disegnato il pentagono. Et se al lato del 10. facce si aggiugnerà la metà del mezo diametro, del cerchio, che è intorno al pētagono, cauādone la radice quadrata del poco fa trouato quadro fatto del detto mezo diametro, haremo il piombo, ouero la altezza di qual si [illegible] di 20. facce. Sia u[illegible] ce triangolari H I L, ciascun lato, del quale sia braccia 6. & di quella medesima sorte

parti, che il lato del pentagono è 6. sia il lato del 10. facce $3\frac{1}{8}$. multiplichisi adunque 6. per se stesso, & ce ne verrà 36. & multiplicato ancora $3\frac{1}{8}$. in se stesso ci darà $9\frac{3}{4}$. il che traggasi da 36. ce ne resterà $26\frac{1}{4}$. la radice del qual numero è $5\frac{1}{8}$. & tanto è il mezo diametro del

tro del cerchio dentro al quale è disegnato il pentagono, & il 10. facce. Aggiungasi conseguentemente ad esso lato del 10. facce, che è $3\frac{1}{4}$. la metà di se stesso, che è il mezo diametro, cioè $2\frac{9}{16}$. & ce ne verrà $5\frac{11}{16}$. che sono le braccia della altezza, ouero piombo di ciascuna piramide triangolare del detto 20 facce. Et lo spazzo ultimamente del triangolo che ha braccia 6. per lato, secondo il 5. cap. del secondo libro è $15\frac{3}{5}$. il quale multiplicato per $5\frac{11}{16}$. fa $88\frac{116}{160}$. il qual numero partito per 3. ci dara $29\frac{23}{40}$. & tanta è la grossezza di una delle dette piramidi triangolari. Multiplichisi finalmente adunque $29\frac{23}{40}$. per 20. & haremo la intera grossezza del 20. facce, che saranno cubiche braccia $591\frac{1}{2}$.

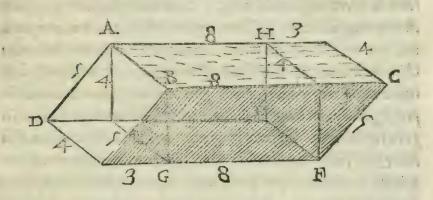
Come si misurino i corpi solidi a guisa di mandorla, che sono inregolari. Cap. XXII.

I CORPI solidi a guisa di mandorla possono occorrere di piu sorti, ma tre sono i principali, o elle son mandorle tõde per la loro lunghezza, o è elle sono di linee diritte, o egli sarà un corpo composto di piu facce a mandorle. Il corpo a mandorla di linee diritte si misurerà facilmente, mediante le cose dette. Conciosia che quando noi vorremo sapere la quantà di detta mandorla, considerisi che ella non è altro, che due piramidi congiunte insieme nelle loro base, talche a volere sapere la quantità di detta mandorla misurisi una delle sue piramidi, & raddoppisi il misurato: & del misurare la piramide già si è data la regola nel 12. cap. di questo libro. Seruaci per maggiore dichiaratione delle cose dette, che la mandorla solida, o vogliamo dir piena sia A B C, fatta intera da due piramidi la altezza, della quale sia braccia 12. & il cerchio della basa habbia per diametro A C, che

chè ſia braccia. 10. Cauaſi adunque dal detto 12.cap. di queſto libro, la grãdezza dell'una piramide & dell'altra eſſere braccia 314 $\frac{2}{7}$. ſolide, il qual numero addoppiato ci darà 628 $\frac{4}{7}$. che ſaranno il tutto della groſſezza della mandorla. La ſuperſicie ancora dell'una piramide & della altra ſi caua dal detto capitolo eſſere 204 $\frac{2}{7}$. braccia quadre, il qual numero raddoppiato fa 408 $\frac{4}{7}$. che è la ſuperficie del tutto di detta mandorla.

In queſto medeſimo modo ancora, ſi miſura una mandorla ſolida cõpoſta di due piramidi diſuguali. Imperò che dal raccorre inſieme le miſure dell'una et dell'altra piramide ne reſulterà ſempre la grãdezza di detta mãdorla, da Greci, & da Latini chiamata Rõbo. Le mãdorle tonde p la lunghezza, cioè fatte ad arco, che forſe non ſi diſdirebbe chiamarle mandorle ouate ſi miſurano in un'altro modo. Preſupponghiamoci che la detta mandorla ſia D E F G, il piombo della quale E G, & il diametro che lo attrauerſa con angoli a ſquadra D F, ſe ſi ſegaſſe a punto queſta mandorla nel diametro, ſe ne ſarebbe due piramidi uguali, talche la di ſopra ſarebbe D E F, come proua Archimede nel libro che tratta de' corpi sferici, & D G F, ſarebbe l'altra piramide. Miſuriſi adunqu la mandorla

dorla che si fa di due piramidi come di sopra si disse, et addoppisi detta misura, & haremo il tutto di detta mãdorla ouata, la quale Archimede chiama corpo sferico. Sia per modo di esempio questa mãdorla ouata D E F G, *della medesima grandezza che la prima* A B C, *& la sua grossezza sia pur braccia 628 $\frac{4}{7}$. sode il qual numero addoppiato fa 1257 $\frac{1}{7}$. & tante braccia diremo che habbi di sodo questa mandorla ouata. Et se noi vorremo sapere la sua superficie multiplichisi lo arco* F G E, *per la metà del cerchio, che ha per diametro la linea* D F, *ouero multiplichisi tutta la circunferentia per la metà di detto arco. Sapremo ancora il medesimo se si multiplicherà lo spazzo del cerchio che ha per diametro la linea diritta* D F, *per esso arco* E D G, *ouero* G E F, *& partirassi tal multiplicato per il mezo diametro del medesimo cerchio. Seruaci per esempio che la linea* D F, *sia braccia* 10. *& lo arco* E D G, *sia braccia 26 $\frac{2}{3}$. la onde la circunferentia che ha per diametro* D F *sarà braccia 31 $\frac{3}{7}$. & lo spazzo braccia 78 $\frac{4}{7}$. Multiplichisi adunque 26 $\frac{2}{3}$. per la metà di esso 31 $\frac{3}{7}$. cioè per 15 $\frac{5}{7}$. et ce ne verrà 419 $\frac{1}{21}$. Ouero multiplichisi 31 $\frac{3}{7}$. per 13 $\frac{1}{3}$. cioè per la metà del detto 26 $\frac{2}{3}$. & haremo medesimamente 419 $\frac{1}{21}$. Ouero multiplichisi*

$78\frac{4}{7}$. per $26\frac{2}{3}$. & ce ne verrà 2095. che partito per 5. cioè per la metà di detta linea, o diametro 10. ci darà medesimamente $419\frac{1}{21}$. che sarà il numero delle braccia quadrate di detta mandorla ouata, cioè la superficie, che chiamammo D E F G.

I corpi fatti di piu facce a mandorle, si posson ancor essi facilmente misurare, come sarebbe a dire per nostro esempio un corpo che fusse terminato da sei mandorle piane, le quali tutte fussino respettiuamente paralelle infra di loro, come dimostra la figura che poco di sotto porremo, la quale chiameremo A C D E, la parte di sopra della quale sia A B C, & la basa D E F, del qual corpo se noi vorremo sapere la grossezza. Tirinsi le linee de piombi B G, & E H, & conseguentemente ad amendue esse A B, & B C, & similmẽte alla E F, & alla E H, linee paralelle. Sarà adunque diuiso questo ammandorlato in un corpo quadro, a guisa di colonna quadra, o di pilastro, & in duoi pezi triangolari, il corpo quadro sarà A B E F, & i duoi triangoli saranno A B D, & E F C, la misura delle quali cose la mostrammo nel cap. 6. & nel 7. di questo libro. Misurisi adunque la colonna quadra, & i duoi corpi triangolari, & raccolghinsi insieme i multiplicati loro, & haremo la grandezza di questo corpo cõposto di mandorle. Seruaci per esempio che ciascun lato della colõna per la lunghezza sia braccia 8. & ciascun lato dell'una & dell'altra basa sia braccia 4. & i lati de corpi triangolari per il piu lungo siano braccia 4. l'uno, & delle loro base un lato sia braccia 3. l'altro 4. & l'ultimo 5. Sarà adunque la grossezza di detta colonna quadra braccia 128. & la grossezza di qual si è l'uno de corpi, o colonne triangolari che dire le vogliamo braccia 24. & 2. uie 24. fa 48. il quale aggiunto a 128. fa 176. & tante diremo che siano le braccia del sodo di esso corpo ammandorlato che ci eramo presupposto. Ouero piu breuemẽte multiplichisi la basa A B G, per la linea retta B G,

ouero la basa F E H, *per la linea retta* E D, *cioè* 16. *per* 11. *&* *ce ne verrà una colonna quadra uguale al propostoci ammãdorlato, però che* 11. *uie* 16. *fa* 176. *&* *se bene un de corpi triangolari, manca da uno lato a dar compimento alla detta colonna, vien nõdimeno ricompensato da quel che si è preso piu dall'altra parte, & questo modo è piu cõmodo a qual si voglia forma, o dispositione di ammandorlato.*

Mediãte queste cose, & le passate ancora si puo facilmente cõietturare, con quale ingegno si poßino misurare gli altri corpi che si chiamano inregolari, imperoche si come le diuerse facce piane si diuidono in triangoli, & in paralello grami, cioè in quadri lunghi, & poi si mettono insieme le particulari misure di qual si è l'uno di loro, bisogna similmente risoluere i corpi inregolari solidi, o vogliamo dire maßicci in corpi quadri di angoli retti, o in corpi triangolari, o in piramidi (secondo che ci sarà piu commodo) & prese dispersè le misure di ciascuno, raccorle dipoi tutte insieme, ouero trar l'una dell'altra se ci farà di bisogno. Quando adunque il propostoci corpo sara inregolare egli è certo, che o gli manca, o gli auanza qual cosa per essere regolare, se egli manca cosa alcuna, bisogna arrogerui quel tãto che

li manca a farlo diuentare regolare & intero, ilche si farà mediante lo allungare de lati tanto che vadino a congiugnersi, & misurare poi queste parti aggiunte come se il corpo fusse intero, le quali aggiunte poi si hanno a trarre della misura del tutto.

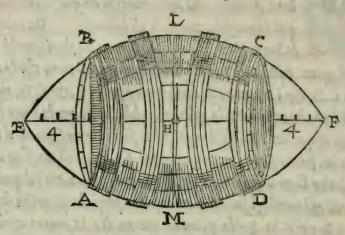
Ma se a questo propostoci corpo auanzasse qual cosa, alla sua regolarità, misurisi primieramente quel che ha di regolare, & dipoi quel che gli auanza, & tal misure poi raccolghinsi insieme, & haremo la intera misura del tutto. Sono inuero le forme & figure de corpi maßicci, che ci possono occorrere infinite, ma non ce ne potrà mai occorrere alcuna che ancor che intera & regolare, o che le manchi, o che le auanzi qual cosa allo essere regolare, che non si possa facilmente misurare secondo le regole, & li ammaestramenti dati di sopra, se gia elle non haueßino perduta quasi del tutto ogni forma di figura ragioneuole. Et sarebbe certamente stata cosa superflua, disutile, & difficilißima, il uolere dar regola, o ammaestramento proprio, & particulare sopra qual si uoglia figura, o forma di corpi simili, anzi certo uno aggrauare le menti di coloro che leggono. Conciosia che ci si dice, che indarno si insegnano quelle cose per uie lunghe, che si possono insegnare per uie breui & espedite. Non voglio lasciare di dire che a queste cose, che inuero in prima uista pare che habbino del difficile, ancor che del diletteuole, giouerà assai la destrezza dello ingegno (oltre alla notitia dello abbaco) di colui che si vorrà in cosi fatte misure esercitare, auuertendo ciascuno, che non basta lo intendere le cose che si son dette, ma che lo esercitarsi in esse giouerà grandißimamente.

Come

Come si misurino le botti da uino, o da altro. Cap. XXIII.

P*IACEMI di dimostrare un modo da misurare le botti da uino, o da altro, diuerso da quello che usa hoggidi la maggior parte de gli huomini. Sia adunque la botte da misurarsi terminata da duoi cerchi nelle teste i diametri aellequali sieno infra di loro uguali come che la botte sia* A B C D, *& i diametri di detta botte sieno* A B, *&* C D, *uguali infra di loro che terminino la grãdezza della botte con le linee curue del corpo di quella. Tirinsi da ogni parte linee curue secondo il corpo della botte, sino a tanto che congiugnendosi insieme diano fine ad un corpo sferico fatto a guisa di uno ammandorlato ouato, il quale sia* E L F M, *& questo si faccia, o in un piano presa la quantità de diametri* A B, *&* C D, *& la quantità ancora di* L M, *ouero applicando al corpo della botte, alcuni regoli accõmodati al piegarsi che perciò siano apparecchiati. Fatto questo tirisi il filo, ouero linea* E F, *che passi per il centro* H, *& che diuida in due parti uguali la linea* A B, *nel punto* G, *& la* C D, *nel punto* I. *Misurisi dipoi la piramide, o uogliam dire il conio, che ha per basa il cerchio* A B, *& per punta della linea a piombo* E, *& per fine* G, *secondo quella regola che si diede nel cap.*12. *di questo libro. Misurisi dipoi lo intero di tutto questo corpo a mandorla ouata* E L F M, *come nel passato cap. si disse, quando si trattò de corpi inregolari a quali bisognaua, o leuare, o arrogere per ridurli regolari, & da quel ce ne uiene, traggasi l'una, & l'altra aggiunta che si fece alla detta botte, cioè* A B E, *&* C D F, *& ci rimarrà la grandezza a punto della propostaci botte.*

Truouisi poi finalmente la quãtità della diuisione A B E, *in questo modo, guardisi in che proportione corrisponda una linea diritta*

composta della lunghezza G F, & F H, *con la* F G. *Conciosia che la diuisione* A B E, *corrisponde in quella medesima alla piramide, che ha la medesima basa, et la medesima altezza che essa diuisione, cioè che ha per basa il cerchio* A B, & *per altezza la linea* G E.

Hauuta che haremo la notitia delle tre cose facilmente haremo notitia della quarta, mediante la regola delle quattro proportionali.

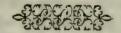
Et il medesimo vorrei che si intendessi della altra diuisione C D F, *conciosia che ella corrisponde cõ quella medesima proportione alla sua piramide, che fa la linea diritta cõposta di* I E, & E H, *ad essa* E I. *Sia* A B, *uguale al* C B, *o sia pur piu lunga, che non importa, queste cose tutte si sono cauate dalle demostrationi di Archimede, delle quali ĩ questo caso ci siamo seruiti, come delli altri habbiam fatto delle propositioni, o proposte di Euclide. Ilche vogliamo che basti, che se volessimo addurre le demostrationi particulari di Archimede, o altre simili haremo hauuto a fare un nuouo, & gran uolume. Seruaci per esempio che l'una et l'altra* A B, *et* C D, *sia braccia* 7. & L M, *sia braccia* 10. *et il fuso* E F, *braccia* 20, *et* G H, & H I, *ciascuna sia braccia* 6. & *l'altre* G E, *et* I F, *siano ciascuna*

braccia

braccia 4. harà adunque (se si auuertirà diligentemente le cose dette di sopra) la intera grossezza di tutto questo corpo a mandorla ouata E L F M, braccia $1047\frac{13}{21}$. di sodo, conciosia che la piramide che ha per basa il cerchio che ha per diametro L M, di braccia 10. & per altezza H E, ouero H F, di braccia medesimamente 10. secondo che si mostrà nel 12. cap. è braccia $261\frac{57}{63}$. sode, le quali addoppiate fanno la metà della mandorla ouata E L M, ouero F L M, di braccia $523\frac{51}{63}$. il qual numero addoppiato fa $1047\frac{13}{21}$. che è lo intero di detta mandorla ouata E L F M. La piramide oltra di questo A B E, disegnata dal triangolo A E G, ouero G B E, secōdo quel si disse nel 12. cap. ha braccia $51\frac{1}{3}$. di sodo, & la linea cōposta di G F, & F H, ha braccia 26. & G F, braccia 16. per le cose dette. Pongasi adunque per il primo numero il 16. per il secondo il 26. & per il terzo $51\frac{1}{3}$. di poi multiplichisi il terzo, per il secondo, cioè $51\frac{1}{3}$. per 26. & ce ne uerrà $1334\frac{2}{3}$. ilche partito per 16. che fu il primo numero che si pose, ce ne uerrà per qualunque parte $83\frac{5}{12}$. & tante saranno le braccia che di sodo ha la diuisione A B E, ouero C D F, traggasi adunque finalmente $83\frac{5}{12}$. cioè $166\frac{5}{6}$. dal detto numero $1047\frac{13}{21}$. & ce ne resterà $880\frac{11}{14}$. le quali diremo che siano le braccia che di sodo ha la propostaci botte A B C D, la importantia adunque è sapere quanti barili entrino in un braccio quadro, & secondo tal numero multiplicare lo $880\frac{11}{14}$. come se si dicesse che il braccio quadro tiene barili 5. multiplichisi $880\frac{11}{14}$. per 5. & ce ne verrà $4403\frac{13}{14}$. che saranno a punto il numero de barili .che tiene la propostaci batte A B C D.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVARTO.

Del descriuere le Prouincie.

ARMI cosa conueniente hauendo trattato insino a quì come particolarmente si poßino misurare tutte le cose priuate, passare a trattare come si misurino le publiche, come sarebbe una Prouincia, o un Regno intero, con le Città, Terre, Castella, Fiumi, Liti, Porti, & luoghi notabili da posserla mettere in carta, o in tauola piana. Et se bene io so che essendo il mõdo di forma Sferica, egli non ha conuenientia alcuna con il piano: nel descriuere nondimeno una Prouincia, o un Regno di 300. *o* 400. *miglia non puo nascere tale errore, o differentia che sia in un certo modo sensibile, o apparente. Et non essendo per hora mia intentione di insegnar descriuere un mondo intero, o la maggior parte di esso in una palla, come sarebbe piu ragioneuole, & come le misure di esso tornerebbono piu giuste secondo lo ordine, & le regioni del Cielo, passerò solamente a trattare de modi da descriuere le parti particulari, di esso mondo con quelle regole che da Gemma Frisio, dal Perurbachiò, da Pietro Appiano, & dallo*

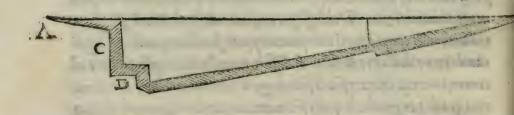
& dallo Illustre M. Giouan Roia, & molti altri, ho possuto ritrouare. Dico adunque che una Prouincia si può disegnare in piano in quattro modi. Il primo è senza sapere le lunghezze, o le larghezze, o le lontananze de luoghi. Il secondo è sapendo solamente le lontananze de luoghi. Il terzo che si puo fare senza la bussola in piano & la ritta. Il quarto è sapendo le lontananze delle miglia de luoghi, et le linee delle vedute, da alcuni chiamate linee, o angoli di positioni, o positure. Et perche quanto al primo modo ci bisogna hauere una bussola piana con l'ago & con l'altre sue appartenenze, non mi pare inconueniente descriuere il modo di fare detta bussola, ancor che da Vitruuio già fusse descritto il medesimo, & questo per commodità di chi legge, & dello insegnare applicare la bussola ritta senza l'ago, alla bussola che terremo a piano con l'ago per dirizzarla sempre alla tramontana, secondo che si ricercherà poi nel mettere in opera, o in atto la operatione da farsi.

Come si facci una bussola. Cap. I.

APPARECCHISI *la prima cosa una tauoletta di argento, o di ottone, o di bossolo, o di qual altro legno si voglia, pur che sia sodo & pulito, & atto a non si torcere, o a non si fendere, nel mezo del quale fermato un piè delle seste, ouero sestone descriuasi un cerchio che habbia di diametro un terzo di braccio in circa, il quale habbia ad essere l'ultimo termine di detta bussola. Dal medesimo centro si tiri poi un'altro cerchio, quasi per lo spazio di una costola di coltello, lontano dal primo, cioè piu verso il centro, infra i quali cerchi si hanno a tirare poi le linee de gradi, grado per grado come di sotto diremo. Fatto questo ristringhinsi le seste, ouero il sestone per fare un terzo cerchio*

lontano dal ſecondo; per due volte la lontananza, che è fra il primo & ſecondo, percioche infra lo ſpazio, che è fra il ſecondo, & queſto terzo cerchio ſi hanno a mettere i numeri delle cinquine de gradi, & tirarle come ſi dirà di ſotto. Tirati queſti cerchi diuidinſi con una linea trauerſa che paſſando p il centro faccia di tutti, due parti ugua li, lungo la parte di ſopra, della quale ſcriuaſi, tramontana, & nella parte di ſotto, mezo dì. Diuidaſi dipoi detta linea in due parti ugua li, talche paſſando detta linea per il centro faccia angoli a ſquadra con la prima linea, & dalla deſtra ſcriuaſi lungo queſta ſeconda li= lea, leuante, & dalla ſiniſtra ponente. Ridiuidaſi poi la quarta par te del cerchio, che è fra tramontana & leuante in due parti uguali, & tiriſi una linea che paſſando per il centro ridiuida tutti i cerchi, da ciaſcuna banda, lungo la quale dalla parte di ſopra ſcriuaſi gre= co, & dalla parte di ſotto libeccio. Vltimamente ridiuidaſi lo ar= co, che è fra tramontana, & ponente in due parti uguali, con una li= nea che paſſando per il centro diuida di quà, & di là, oltre, & indie tro a detto centro tutti i cerchi, & dalla parte di ſopra fra tramonta na & ponente, ſcriuaſi maeſtro, & dalla parte di ſotto ſcilocco, & coſi haremo già con quattro linee gli otto venti principali, i quali vo glio che ci baſtino per la noſtra buſſola, ſapendo che chi vorrà ſi po= trà ridiuidere in tante parti che harà ſe vorrà, & li 16. & li 24. venti ſecondo Vitruuio, ma parendoci che in queſto noſtro inſtru= mento per hora che otto ci ſiano a baſtanza ci contenteremo di eſſi. Già habbiam diuiſe per metà tutte le quarte come ſi puo vedere, perche greco diuide per mezo la quarta fra tramontana & leuante, ſcilocco la quarta fra leuante & mezo dì, libeccio la quarta fra me= zo dì & ponente, & maeſtro la quarta che è fra ponente et tramon tana. Ridiuidaſi dipoi la ottaua parte del cerchio, che è fra tramon tana & greco con duoi punti in tre parti uguali, & ciaſcuna di eſſe

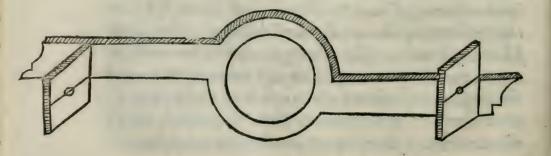
tre parti, pur con duoi altri punti in tre parti uguali, & applicando ſempre una teſta del regolo al centro, & l'altra a ciaſcuna delle diuiſioni, tirinſi lineette infra il primo & il terzo cerchio, & queſto ordine ſi tenga a torno a torno nel diuidere tutta la circunferentia di quarta in quarta, o di ottaua in ottaua parte. Fatte queſte diuiſioni, applichinſi alle lineette già tirate i numeri loro infra il ſecondo & il terzo cerchio, cominciandoci da tramontana a dire 5.10.15.20 &c. fino a che 90. verrà a terminare a punto a leuante, ilche ſi faccia dall'altra parte ancora da tramontana in ponente ſeguendo 5.10 15.20.&c. talche 90. termini alla linea di ponente. Comincisi poi ancora dalla linea di mezo dì, & caminando con lo ſcriuere verſo leuante dicaſi 5.10.15.20. &c. talche il 90. termini in leuante, & per il contrario 5. 10.15.20.&c. da mezo dì in ponente, talche a ponente termini il 90. Debbeſi poi ciaſcuna delle diuiſioni già fatte ridiuidere in cinque parti con quattro punti fra loro uguali, & applicando come dell'altre lineette ſi diſſe vna teſta del regolo ſempre al centro, tirare le lineette fra il primo & il ſecondo cerchio, che dinotino grado per grado, le quali fra tutte adēpierãno il numero di 360 gradi, 90. cioè per quarta, ne uò laſciare di dire che nel tirare de cerchi, & delle linee, ſi debbe affondarle tanto che per il maneggiare poi la detta buſſola, & voltare in quà & in là la linda, ſecondo che ricerca il biſogno, elle ſi preſeruino, & non ſi ſcancellino, come ſe fuſſino ſole di inchioſtro, ilche ſi debbe ancora moltó auuertire nello imprimere, o i numeri, o le lettere cõ i punzoni di acciaio, perche nel batterli poco, non rimangono improntate dette lettere, o numeri, & nel batterli troppo, uanno tanto a fondo che offuſcandoſi & le lettere, & i numeri, non ſi diſcernono. Biſogna adunque batterli a modo, & però è bene farne prima un poco di pruoua, o di eſperientia in ſu uno altro pezzuolo di argento, o di ottone, o di boſſolo, o di qual altro

legno si sia che facciamo la nostra bussola, & fatto tal pruoua im=prontare poi a discretione dette lettere, o numeri in detta bussola. Disegnata in questa maniera la bussola, è di necessità scauare un certo spazio intorno al centro, col tornio, o meglio con un ferro fatto a posta per metterui il perno che ha a reggere lo ago, & sopraui poi il uetro, & per piu dichiaratione fabbrichisi un ferro che sia dal mezo in giù di acciaro, con vna punta sottilissima dalla quale si parta il taglio del ferro largo per la metà di quel che vogliamo che sia il cerchio da scauarsi, & dipoi con vno altro taglio piu lontano dalla punta, & piu uerso il manico, che farà la seggiola sopra la quale si poserà poi il vetro. Et eccone lo esempio A punta, B manico, C taglio primo, & D taglio secondo.

Questo ferro vuol hauere la punta tonda, i tagli smussati come i ferri da pialla, & il manico quadro, il quale messo in vn volgitoio come si usa, nel girarlo a torno ci farà il cerchio scauato che haremo di bisogno per la bussola applicando la punta A, al centro della detta bussola. Puossi ancora a detto ferro fare un manico a guisa di suchiello, & cō la man poi girarlo, ma piu presto, piu facile, et piu netto si opera con il volgitoio, il quale per essere instrumento molto noto nō descriuo altrimenti. Nel centro dipoi di questo scauato si debbe collocare un pernetto di ottone cō la punta sottilissima che debbe reggere

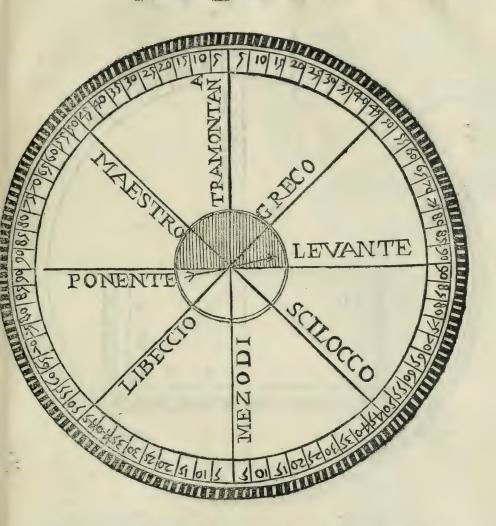
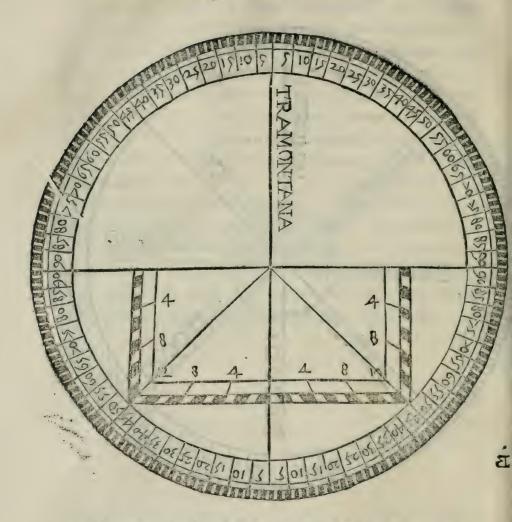
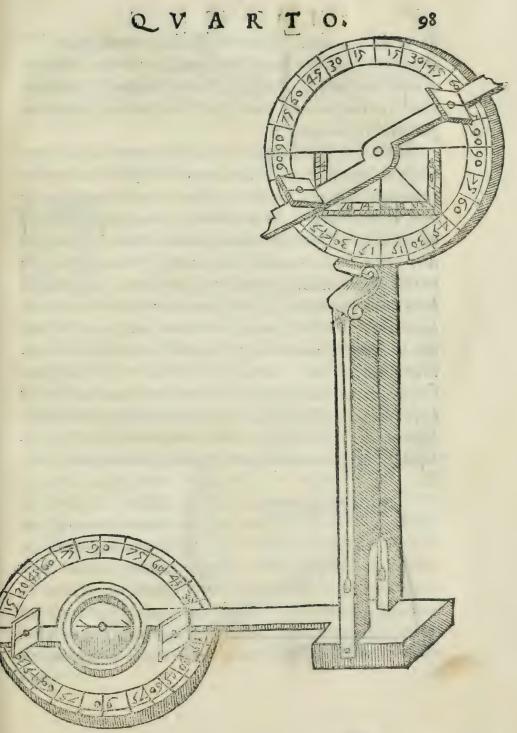
gere lo ago: questo perno bisogna auuertire che non sia tanto lungo che posatoui sopra lo ago, & copertolo con il uetro, o cristallo, venga detto cristallo, o uetro a toccare lo ago, & impedirlo dal suo potersi voltare alla tramontana, come fa sempre calamitato che egli è, & non mi è nascoso che non si volta precisamente alla tramontana, operando noi in questi nostri paesi, perche so che ci si fa una differentia di sette in otto gradi, ilche molti dicono perche la calamita non trae a dirittura alla tramontana, & che tal virtù di tirar che ella fa il ferro non viene dalla tramontana, ma da certi monti della Noruegia, che sono tutti di questa miniera della calamita, i quali nel tirare le diritture della tramontana pendono uerso leuante i detti otto gradi: ma importandoci questo poco, o niente nel nostro operare lo lasceremo come cosa per hora a noi non attenente da parte, & torneremo al nostro proposito bastandoci hauerne detto quel poco, che si è detto di sopra. Lo ago si fa di acciaio sottilissimo a guisa di freccia, & talmente bilanciato nel suo coppo di ottone, che posto sopra d'un perno, tanto pesi la punta quanto la penna, non altrimēti che se fusse una giustissima bilancia. Temperasi dipoi sopra un ferro rouente, tanto che pigli il colore della viola mamonla: & temperatosi calamita, & calamitato si mette sul perno della bussola, & si cuopre con il vetro, o cristallo, & per fermare detto cristallo si fa un cerchietto di filo di ottone, o di rame, che serrandosi nella seggiola, tiene detto vetro, & dico di ottone, o di rame, acciò non ci venisse fatto di fil di ferro, che darebbe poi impedimento al voltarsi dello ago. Fatto questo si ha a considerare che ci si ha a maneggiare la linda intorno alla bussola, la quale sarebbe di necessità che fusse impernata nel centro di detta bussola: ma parche ui habbiam posto lo ago non è possibile. Ma in cambio di perno per la linda facciasi un cerchio di ottone il diametro del quale sia un poco maggiore dello scauo, che si fece per lo

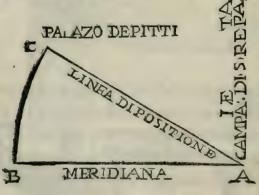
ago.

ago. Questo cerchio vorrebbesser talmente fatto che fusse maßiccio da non si poter torcere, & hauesse di sotto da quella parte che ha da posare sul piano della bussola tre punte da poterlo con esse fermare in detto piano, & perche ha da tenere ancora l'altro cerchio della linda che se li debbe girare a torno come diremo, debbe hauere una intaccatura a torno a torno, che ritenga poi il cerchio della linda, che girandosi non salti suso, la quale intaccatura chiamamo A.

Questo si fatto cerchio si fermarà cō le dette tre pūte talmente sul piano della bussola, che ugualmēte la sua circunferentia venga da p tutto lontana a vn modo dal perno dell'ago della bussola, & però vuol essere di dentro, & di fuori torniato pulitißimamēte, di dentro perche scuopra senza impedimento il vetro & l'ago, & di fuori perche vi si possa girar a torno giustißimamente il cerchio della linda, la quale a corrispondentia faremo in questo modo.

Cosi dunque haremo dato fine alla bussola, ma volendo seruircene a descriuere cō essa una Prouincia, o una Regione: ci sarà molto cōmodo fare vno altro instrumento pur tondo simile alla bussola, cioè diuiso in tre 360. gradi 90. cioè per quarta, & in esso della parte di mezo dì, disegnisi la scala altimetra in questo modo, diuidasi tutto il cerchio in quattro parti uguali, & da dette diuisioni nella parte però di sotto si tirino tre linee che attrauersino la linea meridiana ad angoli a squadra, & termini la prima nel cerchio, nel quale son descritte le cinquine de gradi circulari, & lascino queste tre linee infra di loro duoi spazij l'uno maggiore dello altro, dipoi tirinsi per il trauerso le dette tre linee, sino a tanto che da ogni banda terminino nella linea che passando per il centro fa leuante & ponente. Scompartischinsi dipoi dette tre linee talmēte che se ne facci dodici parte per lato, cioè dodici da mezo dì uerso ponente, dodici dal detto mezo dì uerso leuāte, & dodici da ciascun lato, delli angoli insino alla linea che fa come si dice leuante & ponente, & applicando vna testa del Regolo ferma al centro tirinsi lineette a schiancio, che diuidino le tre linee in parti, & a quelle si applichino i numeri cominciando a porli, dalla linea di mezo dì, & andare verso li angoli, & il simile si faccia, delle altre parti che uanno a terminare nella linea che fa leuante & ponente. Questo instrumento, o bussola ritta non ha bisogno di ago, ma si bene di vna linda con le sue mire impernata nel centro, è di necessità fermare questa bussola in vno stile che a sguarda si rilieui di su la linda della bussola piana, & talmente che il suo profilo batta in su la linea della linda piana, che da molti è chiamata la linea della fede, & che nel muouer la linda della bussola piana in quà, o in là, a quei gradi che ci occorrono, porti sempre seco questa bussola ritta, & auuertiscasi che lo stile della bussola ritta stia per ogni verso a piombo su la linda della bussola piana, ilche si uedra con duoi piombinetti

binetti collocati in detto ſtile, come ſi vedra in diſegno. Biſogna anco auuertire nel collocare queſto ſtile ſu la linda che non impediſca le mire della linda piana, ilche ſi farà facilmenle laſciandolo da piè nel mezo aperto a guiſa di porta: alcuni hanno vſato nel collocare queſto ſtile ſu la linda accommodarlo di ſorte, che a ſua commodità lo poſsino leuare & porre, ilche io lodo grandemente, ſi per potere maneggiare la buſſola piana a leuar le piante, ſenza la ritta, ſi ancora per la commodità del poter mettere l'una & l'altra buſſola in una ſcatola, & portarla oue ci farà di biſogno, pur che lo ſtile & la linda ſia di materia ſoda, che nel cõmetterli inſieme faccino ſempre angolo a ſguadra, ne uò mancar di dire che le dodici parti di qual ſi uoglia lato della ſcala altimetra ſi debbon diuidere ciaſcuna in quattro parti, cioè gradi, talche dalla linea meridiana alli angoli venghino per ciaſcun lato gradi 48. & coſi per li altri lati come ſi vedrà nel diſegno: ma porremo prima il diſegno della buſſola piana.

Poi

Poi che di là si è posto il disegno della bussola piana senza la linda, mi pare ragioneuole mettere al presente in disegno, la bussola ritta senza la linda per maggior' dichiaratione, come dopo questo si metterà anco in disegno l'una & l'altra bussola applicate insieme con le loro linde & stile, et altre appartenenze.

Ben uò credere che mediante il presente disegno, ogni ragioneuo=
le ingegno potrà conoscere in che modo habbi ad essere applicata la
bussola ritta sopra la piana, quando bene ne gli scritti passati hauessi
hauuto qualche difficultà circa lo intendrli, ancor che per quanto mi
è stato possibile io mi sia ingegnato di essere stato piu largo, & piu
aperto

aperto ch'io ho potuto. Non vorrei già che alcuno mi imputasse se in questi disegni io non haueßi posti i gradi un per vno, o a cinque a cinque come nelle figure passate, che venendo queste figure tanto piccole, non mi pareua di poterlo fare, senza arrecare confusione a gliocchi de reguardanti.

Inanzi che si diano le regole, o i modi dello operare mi pare conueniente dichiarare che cosa sia linea, o angolo di positione, ouero positura mediante le quali ci haranno a gouernare in queste nostre operationi, alcuni le hanno chiamate linee di positione, conciosia che trouandosi cõ la bussola ad operare in alcun determinato luogo nel guardare vno altro luogo, voltando la linda ad esso, hanno chiamato linea di positione quella dirittura che passa per detto luogo in su la quale poi hanno a terminare il sito, o positura di quel tal luogo, & la distantia che è poi infra la linea del meridiano, oue saremo stati alla operatione, a questa linea della positione del luogo veduto, chiamano angolo di positione. Seruaci per esempio che A sia Firenze, & la sua linea meridiana sia B, & che stando in Firenze con la nostra bussola sul campanile di S. Reparata nella suprema altezza doue si la sponda di marmo del angolo del detto campanile che risponde su la piaza di S. Giouanni allato a S. Reparata facemmo tale operatione, veggiamo il palazzo de Pitti discostarsi dalla linea di mezo dì, verso ponente gradi 24. & chiamasi C, dico che la linea A C, si chiama linea di positione, o di ueduta, & l'angolo A B C angolo di positione & questo

questo ci basti per tale dichiaratione, conciosia che io voglia piu tosto chiamarla linea del luogo che io guardo, & applicarui il nome di quel luogo perche ne habbiamo dipoi bisogno per i riscontri delli intersecationi come diremo di sotto.

Come si operi con la bussola per descriuere una Regione. Cap. II.

RASFERIREMOCI in alcuno luogo alto, & che nõ habbia impedimenti a torno, acciò le uedute sieno libere & spedite, & quiui fermeremo la bussola a piano, & talmente volta che lo ago venga a dirittura della tramontana, & tenendola ferma, voltisi la linda, a luoghi che noi vogliamo vedere, & se alcuni di detti luoghi ci uenisse tanto sotto che noi non lo potessimo vedere per le sue mire, guarderemolo per le mire della bussola ritta, che traportata dalla linda della bussola piana, ci darà commodità di vedere detto luogo, & ueduti i luoghi da presso, o da lontano, nõ tinsi da parte i nomi di detti luoghi, & i gradi doue batte la linda nella bussola piana. Fatto questo, & notati tutti i luoghi che ci occorreranno, è di necessità transferirsi con la bussola in uno altro de già ueduti luoghi doue posta la bussola a piano voltando pur l'ago alla dirittura della tramontana come si fece nella prima operatione, uoltisi la linda a tutti i luoghi che vedemmo, nel primo luogo della prima operatione & non tinsi da parte ancora i nomi di detti luoghi, et i lor gradi della bussola piana. Fatta l'una & l'altra operatione & presi i gradi, & nomi de luoghi, apparechisi un cartone, tanto grande appiccando piu fogli insieme & per la lunghezza & per la larghezza, quanto vorremo che sia la Prouincia che vorremo descriuere, faccisi ancora un cerchio

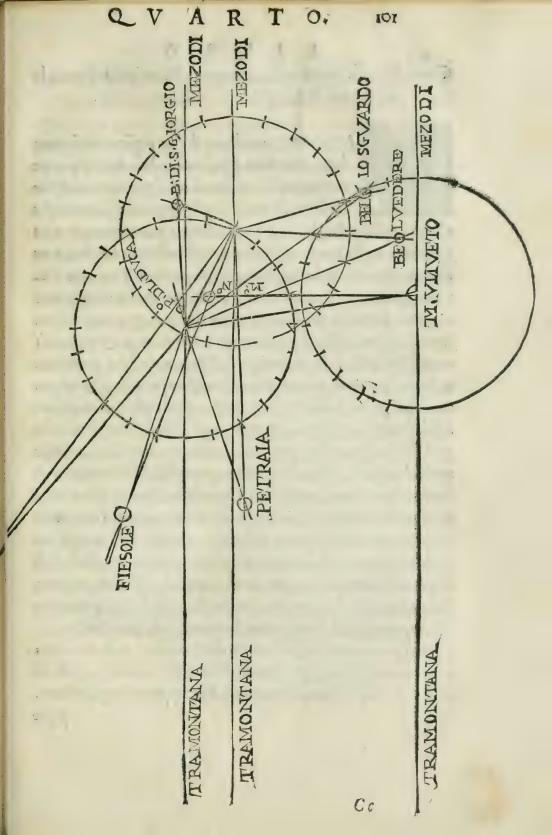
di

di cartone, quasi a guisa di bussola scompartito in 360. gradi, 90. cioè per quarta come la bussola, da poterlo applicare piu quà, & piu là per detto cartone, & seruircene in piu luoghi. Ordinate queste cose stabiliscasi un punto, o nel mezo di detto cartone, o in altro luogo secondo che daremo principio a disegnare detta Prouincia, o da un luogo che sia nel mezo, o da un luogo che fusse da vna testa, o da un lato vicino a confini: Et per venire allo esempio dicasi che lo stabilito punto sia il campanile di S. Reparata doue stemmo a fare la prima operatione; applichisi la bussoletta di cartone col suo centro al detto punto, e poi si tiri la linea fra tramontana & mezo dì a dirittura, ricorderemoci che notammo da parte, nella prima nostra operatione, che haueuamo trouato il palazzo de Pitti a gradi 24. fra mezo dì & ponente, perilche posta vna testa del regolo al centro di questa bussoletta, andremo con l'altra a trouare li detti 24. gradi fra mezo dì & ponente, & tireremo vna linea senza inchiostro, alla fine della quale in lato che non impedisca il campo, scriuerremo il suo nome, cioè Palazzo de Pitti; ricorderemoci ancora che vedemmo la torre de gli Alessandri a gradi 55. fra tramontana & leuante: & il palazzo di sua Eccellenza Illustrißima a gradi 10. tra mezo dì & leuante, Monte olieto a gradi 81. fra mezo dì & ponente. Beluedere a gradi 66. fra mezo dì & ponente, Bello sguardo a gradi 53. fra mezo dì & ponente, la Petraia a gradi 14. fra tramontana & ponente, Fiesole a gradi 40. fra tramontana & ponente, il Caualiere, ouer Bastion di S. Giorgio a gradi 3. fra mezo dì & ponente, da quali gradi si debbon a ciascuno disperse tirare le loro linee, secondo che ci darà il centro della bussoletta di cartone & il grado luogo per luogo, & notarle con i lor nomi, talche haremo di già le dirittture di detti luoghi della prima operatione. Trasferimmoci dipoi per la seconda operatione al palazzo de Pitti, & saliti al secondo

finestrato

fineſtrato poſta la buſſola ſu lo angolo verſo Arno della facciata dinanzi, quiui facemmo la ſeconda operatione. Et però lieuiſi la buſſoletta di ſul cartone di quel luogo che ci ha ſeruito per il campanile alla prima operatione, & traſportiſi ſu per la linea della veduta del palazzo de Pitti preſſo, o lontano, a noſtra commodità, ad un punto determinato che ci ſerua per il canto, o angolo del palazzo de Pitti alla ſeconda operatione, & accomodiſi di maniera che tirando la linea da tramontana a mezo dì, ſia paralella & ugualmente lontana dalla altra che tirammo per la prima operatione. Collocata la buſſoletta in queſta maniera vedremo che il campanile di S. Reparata, batterà ancor eſſo fra tramõtana & leuante a gradi 24. luogo o grado a punto oppoſito alla prima operatione, nella quale ſtãdo ſul campanile di S. Reparata uedemmo il palazzo de Pitti a gradi 24. fra mezo dì & ponente. Et però in queſto luogo non occorre tirare altra linea perche il centro della buſſola ſerue per il palazzo de Pitti. Fatto queſto ricorderemoci che nella ſeconda operatione uedemmo la torre de gli Aleſſandri a gradi 47. fra tramontana & leuante, & però tiriſi vna linea che paſſando dal centro della buſſoletta per detti gradi 47. vadia ad interſecare la linea di detta torre delli Aleſſandri della prima operatione, et doue occorre detta interſecatione quiui ſarà il luogo di detta torre. Ricorderemoci ancora che in queſta ſecõda operatione trouãmo il palazzo di S. Eccellenza Illuſtriſsima a gradi 37. fra tramontana & leuante. Monte oliueto a gradi 74. fra tramontana & ponente. Beluedere a gradi 89. fra tramontana & ponente. Bello ſguardo a gradi 73. fra mezo dì & ponente, la Petraia a gradi 5. fra tramontana & ponente. Fieſole a gradi 27. fra tramontana & leuante, il Caualiere di S. Giorgio a gradi 59. fra mezo dì & leuante, & però tirinſi le lor linee che dal centro della buſſoletta & da gradi di ciaſcun luogo uadino ad interſegare

ſegare le linee, della prima operatione & nelle interſecationi che ſanno dette linee ſi ponghino i luoghi loro come ne diſegni ſi puo vedere. Et auuertiſcaſi che ſe per ſorte accadeſſi, come tal uolta occorre, che nell'una operatione & nell'altra ci ueniſſe per dirittura alcun luogo, che non ſappeſſino doue collocarcelo, o piu inanzi, o piu indietro per detta linea, biſogna trasferirſi in un terzo luogo a far la terza operatione per detto luogo, come per eſempio ſe nella linea, che è fra il campanile et i Pitti fuſſi anco il Mercato Nuouo, talche non ſapeſſimo doue collocarcelo, trasferiremoci con la noſtra buſſola a Monte olіueto, & poſto lo ago alla dirittura della tramontana vedremo che ci darebbe detto Mercato Nuouo a gradi 86. fra tramontana & leuante, tireremo adunque vna linea da Monte olіueto per detti gradi 86. & doue ella interſechera la linea tirata infra il campanile & il palazzo de Pitti quiui ſarà il luogo di Mercato Nuouo come per maggiore dichiaratione ſi uedra nel diſegno che ſegue.

MEZODI
MEZODI
MEZODI
B. DI S. GIORGIO
LO SGVARDO
BELVEDERE
M. VLIVETO
N
M
FIESOLE
PETRAIA
TRAMONTANA
TRAMONTANA
TRAMONTANA

Come si possa mettere in carta una Prouincia sapute le distanzie di luoghi. Cap. III.

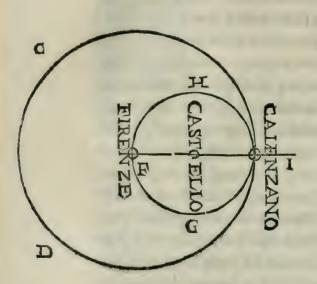
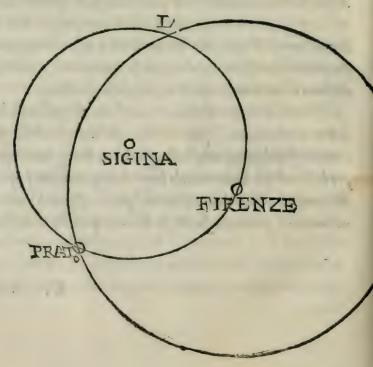
SI COME *mediante il Cap. passato ci bisognaua hauere due linee di positioni, o di uedute cosi per operare in questo altro modo, ci bisogna sapere le distantie diritte di qual si voglia luogo, che saranno infra esso & duoi altri luoghi. Faccisi adunque primieramente vna scala delle miglia a nostro piacimento, pigliando vna lunghezza condecente alla carta in che vogliamo descriuere detta Prouincia. Dipoi ponghinsi in detta carta le due prime terre, castella, o luoghi doue uorremo, secondo le lor distantie, et per il terzo luogo, o terra bisogna saper la distantia che è fra i duoi primi et questo terzo, & pigliando con le seste, nella scala delle miglia la distantia che è fra questo terzo luogo, & vno de già posti prima fermisi un piè delle seste nel primo luogo, & con l'altro tirisi vn cerchio, dipoi piglisi l'altra distantia delle miglia nella scala, & posto un piè delle seste nel secondo luogo tirisi un'altro cerchio; questi duoi cerchi, o si interscecheranno insieme in duoi punti, o si toccherãno in un punto solo se si toccheranno solamente in un punto, quello sarà il termine & il punto del terzo luogo: il qual toccamento ci sarà più chiaro se dal centro dell'un cerchio tirreremo una linea al centro dell'altro. Ma se i detti cerchi si interscecheranno in duoi lati auuertiscasi che il detto terzo castello sarà in una delle due intersecationi, perilche considerisi se detto terzo castello viene in su la destra, o in su la sinistra delli duoi già prima posti, & pongasi su la intersecation che viene, o destra, o sinistra. Seruaci per esempio che la scala sia di 15. miglia* A B, *io porrò primieramente Firenze, & sapendo che la bella villa di Castello di S. Eccell. Illustrißima, è lontana da Firenze per tre miglia e mezo,*

piglio

piglio la distantia di tre miglia e mezo nella scala, et fermo un piede in Firenze, fo con l'altro un punto che serue per detta villa di Castello: dipoi per porre Calenzano sapendo che da Firenze a Calenzano sono sette miglia, piglio nella scala la distantia di sette miglia, & fermo un piè delle seste in Firenze, fo con l'altro un cerchio quale, è C D E, *il simile fo della villa di Castello, prese le* $3\frac{1}{2}$ *. miglia nella scala & tenendo un piè delle seste fermo in Castello, fo uno altro cerchio* F H G, *questi duoi cerchi si toccano in un lato solo, & detto toccamento, è incerto & però tiro una linea da centro a centro, & dico che Calenzano, è nel punto del toccamento* I. *Ma se haueßimo uoluto vedere doue haueßimo a porre posto Firenze, Prato & Signa sapendo che da Firenze a Prato sono* 10. *miglia fatto la apertura di* 10. *miglia con le seste nella scala, tirreremo un cerchio, fermo in piede in Firenze, & dipoi preso lo spazio che è fra Firenze & Signa, che sono sette miglia & fatto un cerchio dal punto di già preso per Signa, fo uno altro cerchio il quale interseca il primo i duoi punti* K, & L, *et perche io so che Signa, è su la man sinistra di Firenze guardando verso Prato, dico Prato hauere ad porsi nel punto* K, *questo modo è facilißimo, ogni volta che o per mare, o per terra noi haueßimo la uera notitia delle miglia da luogo a luogo.*

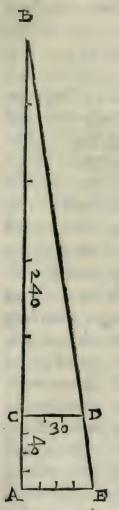
Non uò mancare di dire che questo modo passato se bene, è facile a metterlo in atto, saputo che haremo le miglia de luoghi, non è però molto fedele, mediante la inegualità delle miglia, nõ andando sempre le strade per linee rette da luogo a luogo, ma torte in verso piu lati secondo il caso, ò la occasione del paese, & però è di neceßità che nel metterlo poi in atto faccia su la carta qualche varietà.

5
10
15
C
H
FIRENZE
CASTELLO
CALENZANO
F
I
G
D

L
SIGINA
FIRENZE
PRATO

Come si truoui una distantia di un luogo e sia quanto si uoglia lontano. Cap. IIII.

NCORA *che il medesimo si sia insegnato nel terzo cap. et nel quarto del primo libro nõ mi pare fuor di proposito replicare in questo luogo un modo di trouare le distanze atteso quanto sia necessario per porre le regioni in carta, & che molte volte accaggia nõ hauer seco instrumẽto alcuno cõ che pigliare si possino dette distantie diritte; però siami concesso il poterlo quasi che replicare in questo luogo ancorche si varij qualche cosa da modi detti. Seruaci per esempio che sia un castello del quale vogliamo saper la distantia, arrecheremoci in un campo largo et spazzato per il quale possiamo andare inanzi e indietro, & tornare ancora a nostro piacimento, & se bene non sarà piano non importa molto. Quindi presa la veduta del castello accosteremoci per linea diritta ad esso castello dal luogo prima determito, per 35. passi & quiui rizzisi in terra fitta a piõbo una asta, la quale chiamaremo* C, *il castello da vedersi* B, *& il nostro primo luogo oue ci ponemmo* A. *Fatto questo discosteremoci dal* C, *in su la mano ritta ad angolo a squadra della dirittura* A B, *per 26. passi, et in questo luogo porremo una seconda asta, la quale chiamaremo* D, *doueuasi porre per terza asta* A *se bene non si è detto prima, & partendoci da essa douemmo discostarsi ad angolo a squadra verso la man destra tanto che la veduta dello occhio nostro passando per la seconda asta* D, *arriui al castello da misurarsi, & quiui poni un 4. termine, o asta che sia* E, *misurisi dipoi, o con braccia, o cõ canne quãte le siano infra* C *&* D, *prima & seconda asta, & ponghinsi da parte il numero di questa prima lontananza misurisi dipoi quante braccia sono infra* C *&* A, *la quale chiamaremo lontananza secõda*

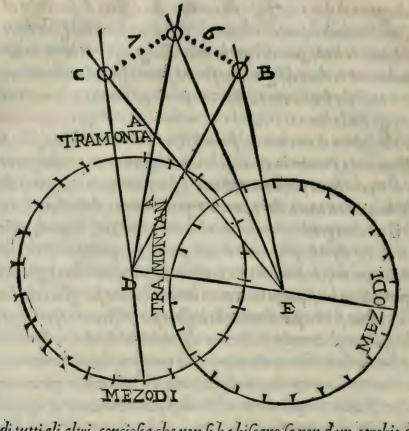
& por=

& porremo da parte anco questo suo numero, ultimamente misurisi la terza lontananza, cioè infra A & E, & ponghinsi da parte ancora le sue braccia. Traggasi dipoi la prima lontananza dalla terza, & quel che ce ne resterà diventerà il nostro partitore. Multiplichisi dipoi la terza lontananza per la seconda, & quel che ce ne resulta partasi per il partitore, & quel che ce ne verrà sarà la dirittissima distantia infra A & B, cioè fra la terza asta & il castello. Dicesi adunque che essendoci discostati dal C, ad D, per 26. passi, che sono braccia 30. in circa, che poco o niente posson variare di questo. Et dal C A, per 40. braccia, & dalla A E, per braccia 36. traggasi il 30. dal 36. et ce ne resterà il partitore, che sarà 6. multiplichisi dipoi il 40. p 36. & ce ne verrà 1440. il qual multiplicato partito per 6. ci darà braccia 240 che è la uera diritta lontananza infra A & B, & è chiarissimo che questo modo è certissimo ogni uolta che nel discostarsi per lato dalla prima veduta & seconda, ce ne discosteremo ad angoli retti, cosi l'una uolta come l'altra, ma credo bene che senza un quadrante, o altro instrumento simile, difficilissimamente potremo discostarcene ad angoli a squadra, & quanto maggiore fusse detto quadrãte, tanta

tanta piu giuſta ſarebbe la operatione, ma moſtriſi la figura p maggiore dichiaratione. Non è dubio che chi cõſidererà diligentemente potrà conietturare che queſto medeſimo ſi puo fare con il quadrante come ſi fece nello operare che ſi inſegnò nel primo libro, & che poco di ſopra ſi è allegato, modo inſegnato dal Perurbachio, & dallo Orontio & da altri, ma auuertiſcaſi che quanto maggiori, ſi pigheranno le diſtantie fra aſta & aſta, tanto piu giuſta tornera la operatione, la quale non vorrebbe paſſare però molta gran lontananza ſi per la Piccolezza della ſcala altimetra deſcritta nel quadrante, & ſi per la acutezza de razi della veduta, che non è poſsibile che nõ uadino in qualche coſa variando, ma parendomi che nel primo libro ſe ne ſia parlato a baſtanza uò por fine a queſto ragionamento.

Come ueduti dua, o tre luoghi ſi poſsino giuſtamente trouare le loro diſtantie, mediante le linee & gli angoli delle poſitioni, ancorche non ci trouaſsimo in alcuno di detti luoghi: & come ſi poſſa diſegnare una Prouincia ſenza la buſſola ritta, & ſenza l'oſſeruatione della tramontana. Cap. V.

ER trouare la vera diſtantia di 3. o 4. luoghi andrencene con la buſſola in una campagna, & non attendendo alle regioni del cielo uolteremo vno de ſuoi diametri, cioè quello che ua da tramõtana a mezo dì ad vno de luoghi da mĩſurarſi, et ſia qual ſi uoglia, dipoi uoltiſi la linda (ſtando ferma la buſſola) a tutti i luoghi che vorremo miſurare. Et notinſi i gradi, & i nomi de luoghi, ſecondo che ſi accoſtano, o diſcoſtano dal detto diametro dalla buſſola, & il luogo ancora doue diſegneremo ſtare alla ſeconda operatione, & ſecondo che già ſi diſſe

nel ſecondo capitolo di queſto libro, ponghinſi con la buſſoletta di cartone, in carta dette linee. Trasferiremoci dipoi in quel luogo doue vorremo ſtare per la ſeconda operatione, che ſia un 300. braccia, o piu lontano, per la dirittura nõdimeno del luogo diſegnato per la detta ſeconda operatione, & volteremo la buſſola che con il ſuo diametro, che paſſa da tramontana a mezo dì, guardi verſo il luogo della prima operatione, & veggaſi doue battono, cioè a quanti gradi le linee delle coſe, o luoghi che vedeſti nella prima operatione, in queſta operation ſeconda, & notinſi i nomi & i gradi da parte. Fatto queſto pongaſi la buſſoletta di cartone ſu la carta che vorremo che ſerua a deſcriuere tal Regione, talmente che il ſuo diametro che paſſa da tramontana a mezo dì vadia a trouare, il luogo della prima operatione, & di quiui ſi tirino le linee della veduta, o poſitione di queſta ſecõda operatione, & doue elle interſecheranno le altre a lor ſimili, cioè de medeſimi luoghi & nomi della prima operatione, quiui ſarà i termini & le poſiture di detti luoghi. Miſurinſi dipoi quante braccia ſono dal luogo della prima operatione a luogo della ſeconda, perche mediante queſte miſure trouéremmo le miſure degli altri luoghi in queſto modo. Diuidaſi la linea che è fra un centro & l'altro della prima & ſeconda operatione in quante parti noi vorremo, & ſecondo queſte parti, miſurinſi le diſtantie che ſon poi fra luogo & luogo. Multiplichiſi dipoi quelle tali parti che ſono infra i duoi luoghi, per la lontananza che è fra le due operationi, & quel che ce ne viene partaſi per le parti delle operationi, & haremo la vera diſtantia de luoghi. & il ſimile ſi faccia delli altri luoghi, ma perche ſi è parlato alquanto ſcuramente, vengaſi allo eſempio per facilitare la coſa. Siano tre luoghi A B C, *de quali noi uogliamo ſapere le diſtantie fra l'uno & l'altro, ſenza hauerci a trasferire in alcuno di eſsi, io porrò la noſtra buſſola nel punto* D, *talmente che il dia=*

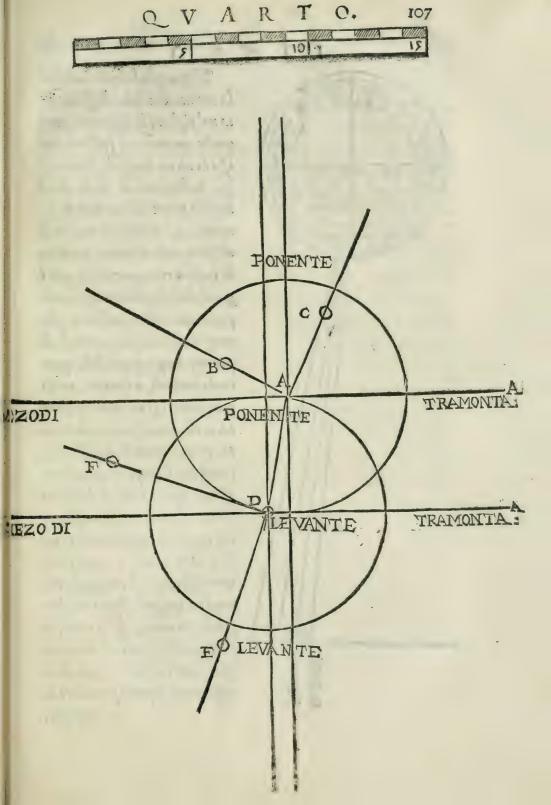
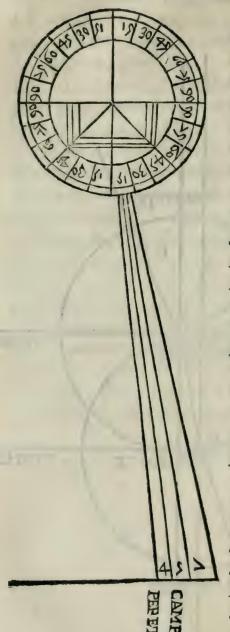
il diametro di detta che passa da tramontana a mezo dì sia volto al C, *non hauendo riguardo alcuno alle regioni, o parti del Cielo dipoi volgendo la linda guardisi per le mire il luogo* A, *& il luogo* B, *& similmente* E, *doue disegneremo stare a fare la seconda operatione, & trouisi che fra* C, *&* A, *sono* 20. *gradi, & fra* C, *&* B, *ne sono* 40. *& fra la linea* C D, *& la* E, *ne sono* 110. *Piglisi dipoi la nostra bussoletta di cartone, & fermisi sopra il cartone nel qual si ha a disegnare la Prouincia, & tirisi la linea dal centro* D, *primieramente al* C, *che serue per il diametro che è fra tramontana & mezo dì, & hauendo trouato che* A, *era* 20. *gradi lontana dalla linea* C D, *tirisi da detti gradi & centro una linea che sarà* D F, *la quale passa per* A, *& dipoi tirisi la linea de* 40. *gradi* D B, *per insino al* G, *ultimamente tirisi la linea di* 110. *gradi* D E, *per insino alla* H, *giu per questa linea poi si ponga vn centro lontano quanto si uoglia, che sarà* E, *doue si ha a por di nuouo la bussola per la seconda operatione, la qual ponghiamo che sia in vna distantia dal* D, *di* 300. *braccia, & volta la bussoletta di cartone, che con il suo diametro che ua da tramontana a mezo dì, guardisi il punto* D, *della prima operatione, dipoi si uolta il regolo dal* E, *al* C, *che si allontanaua per* 40. *gradi, & quiui si tiri vna linea che interseca detto* C, *passando per detti* 40. *gradi, tirisi poi la* A, *che è a* 60. *gradi, &* B *alli* 75. *li quali linee diuidono tutte le linee della prima operatione. Fatto questo diuidasi la linea* D E, *con le seste in dieci parti uguali, mediante le quali parti misurinsi le distantie tra luogo & luogo, & dico per la regola delle tre cose, se* 10. *mi da* 300. *&* 10. *ha fra* B *&* A, *sei di quelle parti che* D E, *è* 10. *che mi darà* 6. *è chiaro che mi darà* 180. *ilche è la vera distantia infra* A B, *& in questo medesimo modo sapremo le distantie fra* A C, D C, D A, D B, C B, E C, E A, *et* E B, *& questo è il terzo modo da disegnare una prouincia, facilissimo piu*

di tutti gli altri, conciosia che non si ha bisogno se non d'un cerchio di uiso in 360. gradi con la linda, non ci fa mestiero di bussola ritta, o in piano, non di osseruatione di tramontana, nõ di longitudine, o latitudine, nõ di distantie de luoghi, & è tanto certo & chiaro modo che serue per 200. 300. et 400. miglia, senza alcuno errore, o differentia notabile, pur che lo occhio ci serua, et si faccino come si è detto 2. operationi da duoi luoghi, tal che le cose ci venghino sempre vedute due volte, et in questa maniera si puo disegnare Città, Castella, Torri, Nascite, Suolte, o Sboccamenti di fiumi, Liti, Porti & qual si voglia sorte di luoghi, o siti.

Come

Come si possa descriuere una Regione, o Prouincia, sapendo le distantie, & li angoli delle positioni. Cap. VI.

QVESTO ultimo quarto modo è molto facile, ma si ha bisogno di due cose prima di sapere le distantie; & poi trouare le linee delle positioni; le quali cose quando haremo sapute mediante le cose di già insegnate. Piglisi la bussoletta di cartone, & applichisi secondo il luogo donde si ha a cominciare in sul cartone, cioè se il luogo sarà nel mezo della Regione, o Prouincia, pongasi detta busoletta di cartone nel mezo del cartone; & se altrimenti pongasi secondo che ricerca il bisogno. Fatto questo tirinsi le linee delle diritture, o positioni, in quel modo che già si è insegnato. Fatto questo faccisi una scala delle miglia secondo la grandezza della carta doue vogliamo disegnare detta Prouincia; & da questa scala piglinsi le distantie, cioè la quantità delle miglia; & trasportinsi dal centro donde si tirarono le diritture sino alla quantità che si sarà presa luogo per luogo in dette diritture & se fatto una prima operatione, ci piacerà di andare a fare la seconda, applichisi la bussoletta di cartone ad uno de luoghi già descritti, uoltandola talmente che tramontana corrisponda a tramontana, & mezo giorno a mezo giorno, & sieno ugnalmente discosto, cioè paralello l'un diametro allo altro, & dell'altre cose, operisi come già si è detto. Seruaci per esempio che il primo luogo sia A, *& i luoghi allo intorno siano* B C D. *Discostisi* B, *da mezo dì inuerso ponente per* 30. *gradi, &* C, *da ponente verso tramontana per uenti gradi, &* D, *da leuante verso mezo dì, per* 10. *gradi, & infra* B, *&* A, *siano tre miglia, & infra* C, *&* A, *quattro; & infra* D A, *cinque, io applico la bussoletta di cartone alla* A, *& tiro linee*

A B, A C, & A D, *secondo i loro gradi, dipoi piglio con le seste la quantità delle miglia luogo per luogo, & trasporto nelle loro linee. Trasferiscomi dipoi nel luogo* D, *intorno al quale sono duoi luoghi* E & F, & *la detta* E, *si discosta da leuante uerso mezo dì, per* 20. *gradi, &* F, *da mezo dì, in ponente per duoi, &* E, *è lontana da* D, *per sei miglia, &* F, *per sette. Pongo adunque la bussoletta di car tone nel centro* D, *talmente che la sua linea della meridiana, sia pa= ralella alla meridiana della prima positura, & poi tiro le linee* D E, & D F, *secondo i loro detti gradi, dipoi piglio le distantie delle lor miglia nella scala, & le trasporto nelle loro linee, & cosi haremo da to fine a quattro modi del mettere le prouincie in carta, che promet= temmo nel principio di questo quarto libro, nel qual non ci resta a di re altro se non aduertire chi legge, che questo modo del descriuere le prouincie non è molto fedele, mediante la disugualità delle miglia, & piegamenti delle strade, i quali modi se perauuentura non pia= cessino a qualcuno, ricordisi che Gemma Frisio, & molti altri han= no usato dire, che se Tolomeo risuscititasse non saprebbe ne potrebbe dare regole migliori per descriuere le regioni, in piano, & per dichia ratione maggiore delle cose dette ueggasi la figura che segue.*

5
10
15
PONENTE
C
B
A
A
TRAMONTA:
MEZODI
PONENTE
F
D
A
MEZO DI
LEVANTE
TRAMONTA:
E
LEVANTE

Non uoglio lasciare indietro la commodità della bussola ritta nel pigliare le distantie, percioche quando noi fussimo con essa in alcun luogo di Firenze, & voltassimo la linda della bussola piana alla ueduta di Peretola, & volessimo notare la distãtia delle diritture mediãte la bussola ritta, guardisi a quãti gradi della bussola ritta si vede per le mire della sua linda, che ponghiamo che sia per modo di parlare cinque gradi della quarta da mezo dì, a leuante, notisi poi che a sei gradi di detta quarta, ci darà uno spazio a dirittura, & per modo di dire fra Peretola & Campi di quattro miglia, et dipoi a sette, ci darà uno spazio di cinque miglia, tanto che di già da cinque a sei, et da sei a sette gradi, ci harà fatto una differentia di un miglio per grado, ueggasi dipoi vn'altro grado piu inanzi, & ci darà forse vna differentia di dua miglia, con la qual regola delle differentie, si potrà procedere in infinito,

infinito, crescendo sempre di grado in grado quel che li tocca. Ma auuertiscasi che questa regola non serue in tutti i luoghi ne in tutte le altezze, anzi bisogna sempre in ogni luogo doue ci trouerremo, fare questa scala delle differentie che ci darà l'un grado dall'altro, concio sia che tali differentie, si vanno variando, secondo le altezze nelle quali ci trouerremo a fare le operationi, o piu alte, o piu basse, da luoghi che vorremo misurare per porre in disegno, & eccone lo esempio in disegno, troppo piccolo inuero a queste minutie, ma serua per suegliare lo ingegno di chi legge.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVINTO.

OI che io ho presa la fatica di giouare a molti che non hanno notitia della lingua greca, o latina, nel mettere in questa nostra materna lingua Fiorentina le cose dello Orontio, & di alcuni altri attenenti alle misure come per lo adietro si è dimostro, non voglio recusare ancora questa altra fatica di mettere nella medesima lingua quelle dimande, concettioni, o propositioni di Euclide, che sono state, ne capitoli de libri passati, piu volte da me citate, accioche coloro che vorranno piu esattamente vedere in fonte la ragione delle cose dette, possino satiare lo animo loro, & godersi di queste mie fatiche, emmi parso metterle da parte tutte insieme, & non luogo per luogo doue le sono citate per non confondere gli animi di coloro che volessino solamente attendere alla pratica dello operare a' quali basterà forse le cose dette insino a quì. Ma per satisfare alli studiosi ho voluto che le si possino uedere in questa lingua tutte insieme. Satisfaccisi dunque ciascuno di quel che piu li piace, & contentisi per hora, solamente di quelle che io ho messe in questo libro insieme, per dichiaratione delle cose passate, non essendo stato mia intentione di voler tradurre come molti forse desidererrebbono Euclide: ma di voler solamente

tradure

tradure quella parte che mi è parsa necessaria per rendere ragione delle cose insegnate ne passati libri. Ma per non consumare piu tempo che ci bisogni nelle parole cominceremo a dire che le dimande di Euclide sono cinque, delle quali ci bisogna far mentione.

Dimanda prima.

COncedasi che da qual si uoglia punto si possa tirare una linea diritta ad uno altro punto, & che ella si possa tirare lunga a diritto quanto ci piace.

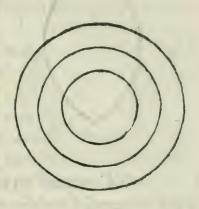
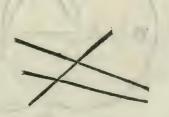
Dimanda II.

COncedasi che daqual si uoglia pũto si possa tirare un cerchio, che occupi quanto spazio ci piace.

Dimanda III.

COncedasi che tutti gli angoli retti sieno fra loro uguali.

Dimanda IIII.

COncedasi che se una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, & che i duoi angoli da una bãda sieno minori di duoi angoli retti, che sia chiaro che le dette due linee tirandole a dilungo si congiugneranno insieme.

Dimanda V.

Concedaſi che due linee diritte non poſſono conchiudere alcuna ſuperficie.

Le concettioni dello animo quanto ad Euclide ſono otto ma due ſolamente ſon quelle delle quali ci habbiamo da ſeruire.

Concetto dello animo I.

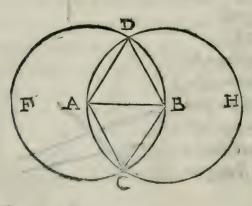
Quelle coſe che ſono uguali ad una & medeſima coſa, ſono ancora fra loro uguali.

Concetto II.

Se ſi aggiungon coſe uguali alle uguale ogni coſa ſarà uguale.

Concetto VIII. del I. di Euclide.

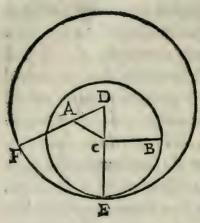
Se alcuna coſa ſi porrà ſopra di un' altra & ſi applicherà a quella, & l'una non auanzerà l'altra, elle ſaranno fra loro uguali.

Propoſta prima del primo libro di Euclide.

Stabilire un triãgolo di lati uguali, ſopra una linea diritta propoſtaci. Sia la propoſtaci linea diritta A B, *ſopra della quale io uoglio ſtabilire un triangolo di lati uguali. Pongaſi un piè delle ſeſte ſopra una de*

le ſue

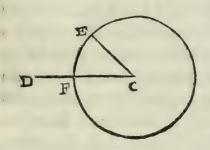
le sue teste, cioè nel punto A, & con l'altro girisi un cerchio per quanto è la lunghezza di detta linea che passera per il punto B, come ne insegnò la seconda dimanda. Il qual cerchio sarà C B D F, dipoi faccisi centro del punto B, & girisi uno altro cerchio, il quale sarà C A D H, questi duoi cerchi si intersecheranno in duoi lati, cioè nel punto C, & nel punto D, da una delle quali intersecatione, cioè dal D, tirerò due linee D A, & D B, secondo la regola della prima dimanda. Hora perche dal punto A, che è centro del cerchio C B D, si son tirate le linee A D, & A B, fino alla sua circunferentia, esse saranno di necessità uguali mediante la diffinitione del cerchio, la quale dice. Il cerchio è una figura piana fatta da una linea, che si chiama Circunferentia, nel mezo della quale è un punto, dal quale tutte le linee diritte che si partono & vanno fino alla circunferentia sono uguali l'una all'altra, & il suo punto del mezo si chiama centro. Similmente ancora perche dal punto B, che è centro del cerchio C A D, si son tirate le linee B A, & B D, insino alla sua circunferentia, elle saranno uguali; Et perche l'una & l'altra, cioè A D, & B D, è disperse uguale alla linea A B, come si è già prouato, saranno ancora infra di loro uguali, mediante la regola della prima cõcettione, o vogliamo dir la concetto dello animo. Perilche habbiamo in questo modo collocato, o stabilito sopra la propostaci linea diritta un triangolo di lati uguali come ci fu proposto.

Proposta seconda di Euclide.

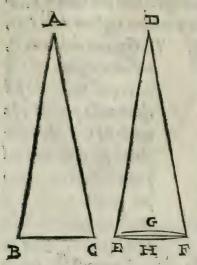
Tirare da un dato punto intorno a una linea diritta propostaci, una linea diritta che le sia uguale. Sia il dato punto A, & B C, la linea propostaci, se noi vorremo dal punto A, tirare una linea uguale alla B C, dal qual si voglia parte che ci occorra, tirisi una linea che congiunga la A, con quella testa della B C, che ci occorrera

piu oportuna, ma dicasi che la congiungnamo con la testa C, *&* *che questa linea sia* A C, *faccisi poi sopra di questa linea* A C, *un triãgolo di lati uguale, come nella passata proposta si è detto, il qual sarà* A C D. *Pongasi dipoi un piè fermo delle seste nella testa della data linea* C, *&* *tirisi un cerchio per quanto è detta linea, il qual cerchio sarà* E B *dipoi allunghisi il lato del triangolo, che è rincontro al dato punto, dal cẽtro di questo cerchio per insino alla sua circunferentia, talche la linea cosi tirata sia tutta* D C E, *faccisi poi secondo la lunghezza di questa linea un'altro cerchio fatto centro del* D, *il qual cerchio sarà* E F, *&* *tirisi poi il lato* D A, *per insino alla circunferentia di questo ultimo cerchio, al punto* F, *dico adunque che* A F, *è uguale alla* B C, *concio sia che* B C, *&* C E, *sono uguali come quelle che si partono dal centro del cerchio* E B, *&* *vanno insino alla sua circunferentia. Similmente ancora* D F, *&* D E, *sono uguali perche partendosi dal centro del cerchio* E F, *vanno per insino alla sua circunferentia. Dipoi considerisi che* D A, *&* D C, *sono uguali, conciosia che ei sono lati di un triangolo che è di lati uguali. Perilche se la* D A, *&* *la* D C, *si torranno via dalla* D E, *&* *dalla* D F, *che sono uguali, quelle che rimarranno che saranno* A F, *&* C E, *saranno ancora esse uguali. Et perche l'una & l'altra, cioè* A F, *&* C B, *è dispersè uguale alla* C E, *è di necessità che sieno ancora uguali infra di loro. Per la qual cosa si uede che noi habbiam tirata dal punto* A, *una linea* A F, *uguale alla* B C, *come ci fu proposto.*

Proposta

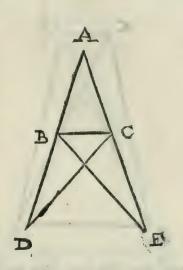
Proposta terza.

P*Roposteci due linee disuguali, tagliare la piu lunga di esse, tanto che ella diuenti uguale alla piu corta. Siano due linee* A B, & C D, & *sia la* A B, *la minore, se noi vorremo tagliare della* C D, *tanto che ella diuenti uguale alla* A B. *Tirisi prima dal punto* C, *un'altra uguale alla* A B, *in quel modo che si è detto nella passata, la quale sia* C E, *dipoi posto un piè delle seste nel punto* C, *tirisi un cerchio per quanto e la* C E, *il quale intersecherà la linea* C D, *nel punto* F, *perilche la linea* C F, *sarà uguale alla* C E. *Conciosia che partendosi amendue da un medesimo centro vanno per insino alla circunferentia di un medesimo cerchio, oltra di questo perche l'una & l'altra, cioè* A B, & F C, *sono uguali alla* C E, *è di necessità che elle siano ancora uguali infra di loro, che è quello ci era proposto.*

Proposta quarta.

D*I quali si uogliono duoi triãgoli, l'un de quali habbi duoi de suoi lati, uguali a duoi lati dell'altro: et che i duoi angoli causati da lati uguali siano fra loro uguali è di necessità che gli altri lati che si risguardano, siano fra loro uguali et che gli altri duoi angoli del uno siano uguali, a duoi angoli dell'altro; & che tutto il triangolo finalmente sia uguale all'altro triangolo. Siano duoi triangoli* A B C, & D E F, & *il lato* A B, *sia uguale al lato* D E, & *il lato* A C, *al lato* D F, & *lo angolo* A, *all'angolo* D, *dicesi che la basa* B C, *è uguale alla basa* E F, & *l'angolo* B, *all'angolo* E, *et l'angolo* C, *all'angolo* F, *ilche*

ilche si proua in questo modo. Pongasi il triangolo A B C, *sopra il triangolo* D E F, *in modo che l'angolo* A, *caschi su l'angolo* D, *& il lato* A B, *sopra il lato* D E, *& il lato* A C, *sopra il* D F, *egli è manifesto secondo lo ottauo concetto, che ne gli angoli ne i lati, non si auanzano l'un l'altro, pche l'angolo* A, *è uguale a l'angolo* D, *& i lati soprapposti a quelli che li son sotto, per le cose dette, adunque i punti* B C, *cadranno sopra i punti* E F. *Se adunque la linea* B C, *cade sopra la linea* E F, *egli è chiaro quel che cercauamo: perche quãdo la linea* B C, *posta sopra la* E F, *non auanza & non è auanzata da lei, ella le sarà uguale secondo lo ottauo concetto, Per la medesima ragione sarà lo angolo* B, *uguale allo angolo* E, *&* l'angolo C, *uguale allo* F. *Ma se la linea* B C, *non cadessi sopra la linea* E F, *ma cadessi dentro al triangolo come la* E G F, *o fuori come la* E H F, *auuerrebbe che due linee diritte serrerebbono alhora una superficie, ilche è impossibile secondo la quinta dimanda di Euclide.*

Proposta quinta.

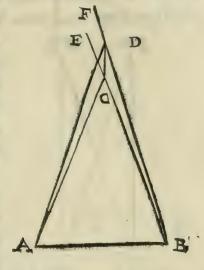
D*I ogni triãgolo che habbi duoi lati uguali, è di necessità che gli angoli che sono sopra la basa sieno uguali, et se i suoi lati uguali si tirerãno oltre a dilungo, causerãno ancor sotto la basa angoli fra loro uguali. Sia il triangolo* A B C, *che habbi duoi lati uguali, cioè lo* A B, *uguale allo* A C, *dicesi che l'angolo* A B C, *è uguale allo* A C B, *& se si allungheranno* A B, *&* A C, *per insino al* D, *&* *alla* E, *si farà lo angolo* D B C, *uguale all'angolo* E C B, *ilche si proua in questo*

ſto modo. Tirinſi oltre le A B, *&* A C, *et pongaſi per terza la* A D, *uguale alla* A E, *et tirinſi le linee* E B, *&* D C, *et percio intendinſi duoi triangoli* A B E, *&* A C D, *i quali ſi prouerrà che ſono uguali et di lati & di angoli. Conciosia che i duoi lati* A B, *&* A E, *del triãgolo* A B E, *ſono uguali a duoi lati* A C, *&* A D, *del triangolo* A C D, *et l'angolo* A, *è comune all'uno et al l'altro, perilche ſecondo la quarta la baſa* B E, *è uguale alla baſa* C D, *& lo angolo* A B E, *è uguale all'angolo* A C D. *Intendinſi medeſimamente duoi triangoli* D B C, *&* E C B, *i quali ſi prouerrà medeſimamente che ſono et di lati et di angoli uguali. Conciosia che i duoi lati* D B, *&* D C, *del triangolo* B D C, *ſono uguali a duoi lati* E C, *&* E B, *del triangolo* E B C, *et lo angolo* D, *è uguale all'angolo* E, *perilche ſecondo la quarta, la baſa alla baſa, & gli altri angoli a gli altri angoli, perilche lo angolo* D B C, *è uguale all'angolo* E C B, *ilche è quel che fa a noſtro propoſito che gli angoli, cioè ſotto la baſa ſono uguali. Oltra di queſto lo angolo* B C D, *è uguale all'angolo* E C B, *& tutto lo angolo* A B E, *e uguale allo angolo* A C D, *come ſi proua di ſopra, perilche l'altro angolo* A B C, *è uguale all'altro* A C B, *l'uno et l'altro de quali è ſopra la baſa, ilche è quello che ſi cercaua.*

Propoſta ſettima.

SE da duoi punti che terminano alcuna linea uſcirãno duoi linee che ſi uadino a congiugnere inſieme in un punto, egli è impoßibile tirare verſo la medeſima banda da medeſimi punti, due altre linee, ſimili

ſimili che ſi vadino a congiugnere in un altro punto. *Sia la linea* A B, *dalle teſte della quale tirinſi inuerſo vna delle bande due linee talmente che ſi uadino a congiugnere inſieme in un medeſimo punto, cioè* A C, *et* B C, *che ſi congiunghino nel punto* C, *diceſi che uerſo queſta medeſima banda non ſi poſſono tirare due linee da quelle teſte medeſime che vadino a cõgiugnerſi in vno altro punto, talmẽte che quella che eſce dal punto* A, *ſia uguale alla* A C, *&* *quella che eſce dal pũto* B, *ſia uguale alla* B C. *Seruaci per eſempio dello impoßibile, et tirinſi dua altre linee dalla medeſima parte, le quali ſi congiunghino nel punto* D, *&* *dicaſi che la linea* A D, *ſia uguale alla* A C, *&* *la* B D, *ſia uguale alla* B C, *ei ci auuerà che il punto* D, *ſarà, o dentro, o fuori al triangolo, conciosia che in vno de lati non puo cadere, perciochе ſe queſto fußi, la parte ſarebbe uguale al tutto, ma ſe ei cadrà fuori del triangolo, o vna delle linee* A D, *&* B D, *interſecherà una delle linee* A C, *&* B C, *o neſſuna di queſte ultime non interſecherà alcuna delle prime: ma diaſi prima lo eſempio che l'una interſechi l'altra, &* *tiriſi la linea* C D, *adunque perche i duoi lati del triãgolo* A C D, *cioè* A C, *et* A D, *ſono uguali, lo angolo* A C D, *ſarà uguale all'angolo* A D C, *ſecondo la quinta.* *Et ſimilmente perche i duoi lati* B C, *et* B D, *del triangolo* B C D, *ſono uguali, gli angoli* B C D, *&* B D C, *ſaranno ſecõdo la medeſima ancora uguali.* *Et perche lo angolo* B D C, *è maggiore dell'angolo* A D C, *ne ſeguita che lo angolo* B C D, *ſia maggiore dell'angolo* A C D, *la parte, cioè*

maggiore

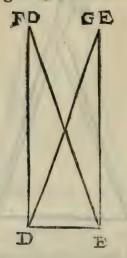
maggiore del tutto ilche è impoßibile. Ma ſe nel cadere il D, *fuori del triangolo* A B C, *non ſi interſecherà alcuna linea, tiriſi la* D C. *& allunghinſi* B D, *&* B C, *ſotto la baſa ſino alla* E, *&* F, *percioche le linee* A D, *&* A C, *ſono uguali, ſaranno ancora gli angoli* A C D, *et* A D C, *per la quinta uguali. Et ſimilmente perche* B C, *&* B D, *ſono uguali, gli angoli ancora ſotto la baſa* C D F, *&* D C E, *ſaranno per la ſeconda parte della detta uguali. Et perche lo angolo* E C D, *è minore dello angolo* A C D, *ne ſeguita lo angolo* F D C, *eſſer minore dell'angolo* A D C, *ilche è impoßibile, &*

in queſto modo medeſimo s'indurrebbe lo auuerſario allo inconueniente, quando il punto D, *cadeſſe dentro al triangolo* A B C.

Propoſta ottaua.

D*I quali ſi voglino duoi triangoli, de quali i duoi lati dell'uno ſiano uguali a duoi lati dell'altro, & la baſa dell'uno ſia uguale alla baſa dell'altro, è di neceßità che i duoi angoli cauſati da lati uguali, ſieno ancor eßi uguali.*

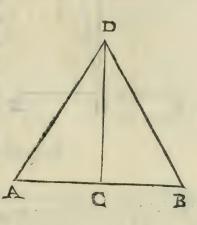
Siano duoi triangoli A B C, *&* D E F, *et lo* A C, *ſia uguale al* D F,

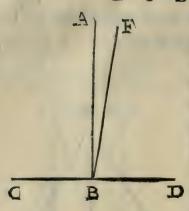
 & il

& il B C, *uguale allo* E F, *& lo* A B, *al* D E, *dicesi lo angolo* C, *esser uguale all'angolo* F, *& l'angolo* A, *all'angolo* D, *& l'angolo* B, *all'angolo* E. *Mettasi la basa* A B, *sopra la basa* D E, *le quali essendo uguali non auanzeranno l'una l'altra secondo lo ottauo concetto dell'animo, & il punto* C, *cadrà sopra il punto* F, *o no, se ei ui cadrà perche l'angolo* C, *posto sopra l'angolo* F, *non auanza & non è auanzato, ei sono infra di loro uguali secondo il concetto ottauo, & il medesimo si potrà dire de gli altri angoli. Ma se il punto* C, *non cadrà sopra il punto* F, *ma sopra qual si voglia altro, come sarebbe il* G, *perche la* E G, *è uguale al* B C, *anzi la medesima; sarà medesimamente* D G, *uguale al* A C, *&* E G, *al* E F, *&* D G, *al* D F, *ilche secondo la settima è impoßibile.*

Proposta XI.

COme data vna linea diritta, si poßa sopra di eßa tirare da un suo determinato punto, vna linea a piombo, la quale causi da amendue le bande duoi angoli a squadra & uguali.

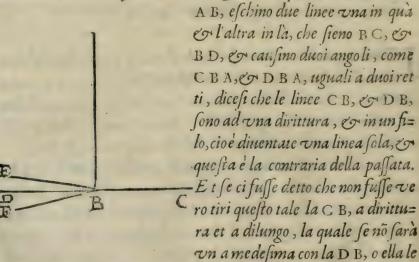
Sia la data linea A B, *nella quale sia determinato il punto* C, *al quale ci bisogni tirare una linea a piombo. Faccisi la linea* B C, *mediante la terza proposta uguale alla* A C, *& sopra tutta la* A B, *faccisi vn triangolo di lati uguali che sia* A B D, *& da esso si tiri la linea* C D, *dico che ella è a piombo sopra la* A B, *considerisi che ei sono*

ſono duoi triangoli A C D, *&* B C D, *perche dunque i duoi lati* A C *&* C D, *del triangolo* A C D, *ſono uguali a duoi lati* C B, *&* C D, *del triangolo* C B D, *& la baſa* A D, *alla baſa* B D, *ſarà mediante la ottaua lo angolo* A C D, *uguale al= l'angolo* B C D, *perilche l'uno & l'altro ſarà retto ſecondo la diffini= tione dell'angolo retto &* *la linea* C D, *ſarà a piombo ſopra la* A B, *ſe= conda la diffinitione della linea a piombo che dice, la linea a piombo è quella che ſta ſopra ad vna linea, ſopra della quale ella è poſta, & che da ogni banda fa angoli retti, ſi che habbiamo prouato quello ci eramo propoſto.*

Propoſitione XIII.

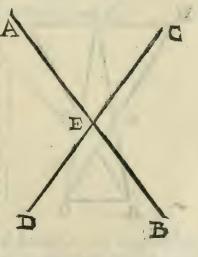
I *Duoi angoli da amendue le bande di qual ſi voglia linea diritta che caſchi ſopra vna altra linea diritta ſono, o retti, o uguali a duoi retti. Sia che la linea diritta* A B, *caſchi ſopra la linea diritta* C D, *diceſi che ſe ella vi cadrà ſu a piombo, cauſerà duoi angoli a ſquadra, ſecondo la diffinitione della linea a piombo già detta. Ma ſe ella non vi cadrà ſopra a piombo, tiriſi dal punto* B, *la* B E, *a piombo ſopra la* C D, *ſecondo la vndecima, & ſaranno i duoi an goli* E B C, *&* E B D, *retti ſecondo la diffinitione, perche adunque i duoi angoli* D B A, *&* A B E, *ſon uguali all'angolo* D B E, *ei ſaran no con l'angolo* C E E, *uguali a duoi retti. Perilche i tre angoli* D B A, A B E, *&* C B E, *ſono uguali a duoi retti. Et perche lo*

 angolo

angolo C B A, *è uguale a duoi angoli* C B E, & E B A, *i duoi angoli, adunque* C B A, & A B D, *sono uguali a duoi retti, che è quello ci fu proposto, perilche è manifesto, che ogni spazio che si troua in qual si voglia superfitie piana intorno a qual si voglia pũto è uguale a quattro angoli retti.*

Proposta XIIII.

SE due linee si partiranno da un punto di vna linea, & andranno in parti contrarie, & faranno intorno a loro angoli retti, o duoi simili a duoi retti, egli è di necessità che le sieno congiunte insieme, et diuentate vna linea sola. Auuenga che dal punto B, *della linea* A B, *eschino due linee vna in quà & l'altra in là, che sieno* B C, & B D, & *causino duoi angoli, come* C B A, & D B A, *uguali a duoi retti, dicesi che le linee* C B, & D B, *sono ad vna dirittura, & in un filo, cioè diuentate vna linea sola, & questa è la contraria della passata. Et se ci fusse detto che non fusse vero tiri questo tale la* C B, *a dirittura et a dilungo, la quale se nõ sarà vna medesima con la* D B, *o ella le passerà di sopra come la* B E, *ouero di sotto come la* B F, *pche adũque la linea*

la linea A B, *cade ſopra la linea diritta* C B E, *gli angoli* C B A, & E B A, *ſaranno uguali ſecondo la paſſata a duoi retti, & perche tutti gli angoli retti ſono ſcambieuolmente uguali ſecondo la terza dimãda, gli angoli ancora* C B A, *et* D B A, *ſono uguali a duoi retti et per le ragion dette, ſaranno i dua angoli* C B A, & F B A, *uguali a dua angoli* C B A, *et* D B A, *adunque tolto via lo angolo comune* C B A, *ſarà lo angolo* E B A, *uguale all'angolo* D B A, *la parte al ſuo tutto, il che è impoßibile. Similmente per la linea* C B, *tirata a lungo, ſi prouerrà l'angolo* D B A, *eſſere uguale all'angolo* F B A, *ſe perauuentura lo auuerſario diceſſe che la linea* C B, *tirata a dilungo cadeſſe ſotto la* B D.

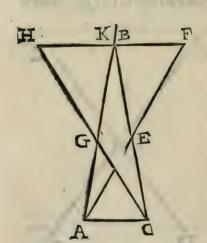
Propoſta XV.

D*I quali ſi uoglino due linee che ſi interſechino inſieme, tutti gli angoli che le cauſano contrari l'uno a l'altro, cioè di rincontro ſono uguali. Onde è manifeſto che due linee diritte che ſi interſechino ſcambieuolmente l'una l'altra, cauſano angoli uguali a quattro retti. Siano due linee* A B, & C D, *che ſi interſechino l'una l'altra nel punto* E, *dico che lo angolo* D E B, *è uguale all'angolo* A E C, & *che lo angolo* B E C, *è uguale all'angolo* A E D, *et ſecondo la terzadecima, i duoi angoli* A E C, & C E B, *ſaranno uguali a duoi retti. Et i duoi*

angoli ancora C F B, & D E B, *per la medeſima ſono uguali a duoi retti, perilche i duoi primi ſono uguali a duoi vltimi, percioche tutti*

i retti

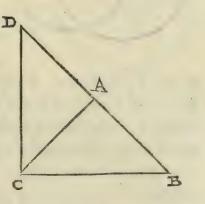
i retti ſono fra loro ſcambieuolmente uguali, ſecondo la terza diman da, tolto adunque via lo angolo comune che è il C F B, *lo angolo* A E C, *ſarà uguale all'angolo* D E B. *Et nel medeſimo modo ſi prouerà lo angolo* C E B, *eſſer uguale all'angolo* A E D, *che è quel che ci eramo propoſto.*

Propoſta XVI.

SE qual ſi voglia lato di vn triangolo ſi tirerà diritto a dilungo, cauſerà lo angolo di fuori maggiore, che l'uno & l'altro angolo del triangolo, che di dentro li è a rincontro. Occorra che il lato A B, *del triangolo* A B C, *ſi tiri a dilungo ſino al* D, *diceſi che lo angolo* D B C, *è maggiore dell'uno & dell'altro de duoi angoli di dētro che li ſono dirincontro che ſono* B A C, *&* B C A, *concioſia che diuidendoſi la linea* C B, *nel pūto* E, *in due parti uguali tirandoſi* A E, *inſino a* F, *talche* E F, *ſia uguale alla* A E, *& tirādoſi ancora la* F B, *ſi potranno intendere duoi triāgoli* C E A, *et* B E F. *Et perche i duoi lati* A E, *&* E C, *del triangolo* A E C, *ſono uguali a duoi lati* F E, *&* E B, *del triangolo* F E B, *et lo angolo* E, *del=l'uno è uguale all'angolo* E, *dell'al=tro, ſecondo quel ſi è detto, perche ei ſono angoli poſti contro l'un l'altro,*

ſarà lo angolo E C A, *ſecondo la quarta uguale all'angolo* E B F. *Et però lo angolo* E B D, *ſarà maggiore dello angolo* B C A. *Prouerraſsi ancora per la medeſima ragione che egli è maggiore dell'angolo* C A B.

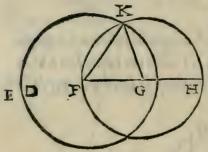
C A B. *Imperoche diuidasi* A B, *con un punto in due parti uguali al punto* G, *secondo la decima;* & *tirisi oltre la* G H, *uguale alla* C G, *secondo la terza. Tirisi dipoi* H B K, & *saranno i duoi lati* A G, *et* G C, *del primo de duoi triangoli* A G C, & B G H, *uguali a duoi lati* B G, & G H, *del altro,* & *lo angolo* G, *dell'uno, all'angolo* G, *dell'altro secondo la quintadecima, adunque per la quarta lo angolo* G A C, *è uguale all'angolo* G B H, *perilche secõdo la quintadecima, all'angolo ancora* K B D. *Et perche lo angolo* C B D, *è maggiore dell'angolo* K B D, *sarà ancora maggiore dell'angolo* B A C, *che è quello che cercauamo.*

Proposta X X.

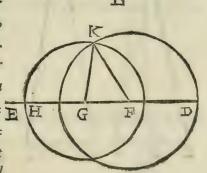
I *Duoi i lati di qual si voglia triangolo congiunti insieme son maggiori dell'altro. Sia il triangolo* A B C, *dico che i duoi lati* A B, *et* A C, *sono piu lunghi del lato* B C, *all'unghinsi la linea* B A, *per insino al* D, *talmente che la* A D, *sia uguale alla* A C, & *tirinsi* C D, *secondo la quinta, lo angolo* A C D, *sarà uguale all'angolo* D, *perilche lo angolo* B C D, *è maggiore dell'angolo* D. *Adunque per la diciottesima, che si dice (il lato piu lungo di qual si uoglia triangolo è posto rincontro all'angolo maggiore) il lato* B D, *è maggiore del lato* B C, *ma*

B D, *è uguale ad* A B, & A C, *perilche* B A, & A E, *congiunti insieme sono maggiori del lato* B C, *che fu quello che da principio ci proponemmo.*

Proposta

Proposta XXII.

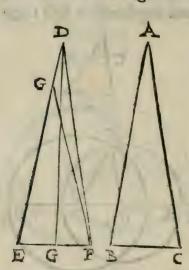
D*Ato che ci ſiano propoſte tre linee diritte, due delle quali, &* *ſiano quali ſi voglino congiunte inſieme, ſiano piu lunghe che l'altra come ſi poſſa ſtabilire un triangolo di tre altre linee ſimili a quelle.* *Sianoci propoſte tre linee diritte* A B C, *&* *ſiano due di loro quali ſi voglino, congiunte inſieme piu lunghe che l'altra. Percioche ſarebbe impoßibile fare di quelle tre linee uguali un triangolo ſecondo la uĕteſima. Quando adunque noi vorremo ſtabilire vn triangolo delle tre dette linee, pigliſi una linea diritta che ſia* D E, *alla quale dalla parte* E, *nõ ſi aſſegna fine determinato di queſta poi pigliſine ſecõdo la terza propoſta, la* D F, *uguale alla* A, *&* F G, *uguale al* B, *&* G H, *uguale al* C, *&* *fatto centro del punto* F, *tiriſi un cerchio p quanto è la* F D, *che ſia* D K. *Et dipoi fatto centro del* G, *facciſi p quanto è la* G H, *il cerchio* K H, *che ſi interſecheranno in duoi punti che vno ſarà* K, *altrimenti ne ſeguirebbe che una delle dette linee fuſſe uguale all'altre due congiunte inſieme, o maggiori di eſſe, che è il contrario di quel ci ſiamo propoſto. Tirinſi adunque* K F, *&* K G, *&* *ſarà fatto il triãgolo* K F G, *di tre linee uguali alle propoſteci* A B C, *perche* F D, *&* F K, *ſono uguali, concioſia che le uanno dal lor centro alla circunferentia, perilche* F K, *è uguale alla* A, *&* G H, *&* G K, *ſono uguali, perche le vanno dal centro alla circunferentia,* *perilche*

perilche G K, *è uguale al* C. *Et perche* G F, *fu presa uguale al* B, *è manifesto quel che cercauamo.*

Proposta XXIII.

COme propostaci una linea diritta, si possa sopra uno de suoi termini, stabilire un angolo uguale a qual altro si uoglia propostoci angolo. Sia la proposta linea F E, & le linee che fammo l'angolo propostoci, siano B A, sotto al quale angolo tirisi la basa C, & vorrei sopra il punto F, della linea E F, si facesse un'angolo uguale al propostoci. Aggiunghisi alla E F, la E D, uguale alla A, & detta F E, piglisi la F G, uguale al B, & di G E, piglisi G H, uguale al C. Et se da punti F G, si tiri in duo cerchi D K, & K H, per quanto son la F D, & G H, che si intersecheranno nel punto K, come si insegnò nella passata, & tirate le linee K F, et K G, i duoi lati K F, & F G, del triangolo K F G, saranno uguali a duoi lati A, & B, del triangolo A B C, & la basa G K, sarà uguale alla basa C, adunque secondo la ottaua, lo angolo K F G, sarà uguale all'angolo che fanno la A, et il B, che è quel che cercauamo.

Proposta XXVI.

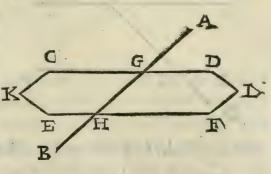
DI quali si voglino duoi triangoli, de quali i duoi angoli dell'uno saranno uguali a duoi angoli dell'altro, ciascun però a quel che

li è a rincontro, et il lato ancora dell'uno uguale al lato dell'altro, et ſia qual ſi voglia infra i duoi angoli uguali, o rincontro ad uno di loro, ſaranno ancora gli altri duoi lati dell'uno uguali a gli altri duoi lati dell'altro, & ciaſcuno però ugualmẽte a quel che li è a rincõtro, & l'altro angolo dell'uno ſarà uguale all'altro angolo dell'altro.

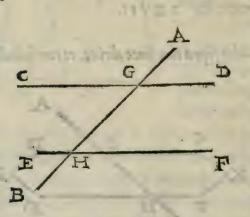
Siano duoi triangoli A B C, & D E F, & *lo angolo* B, *ſia uguale a l'angolo* E, *et lo angolo* C, *uguale all'angolo* F, *et ſia il lato* B C, *uguale al lato* E F, *o uno de gli altri duoi lati* A B, *et* A C, *uguale all'altro de duoi lati* D E, & D F, *talmente che* A B, *ſia uguale al* D E, *o* A C, *al* D F, *diceſi che gli altri duoi lati dell'uno ſaranno uguali a gli altri duoi lati dell'altro, et che l'altro angolo ſarà uguale all'altro angolo, cioè* A, *a* D. *Pongaſi primieramẽte che il lato* B C, *ſopra il quale ſono adiacere gl'angoli* B C, *ſia uguale al lato* E F, *ſopra del quale giaciono gli angoli* E F, *quali ſi diſſe che erano uguali all'angoli* B C. *Io dirò alhora che il lato* A B, *è uguale al lato* D E, & *il lato* A C, *ad* D F, & *l'angolo* A *ad* D. *Et ſe il lato* A B, *non ſarà uguale al lato* D E, *l'uno de duoi ſarà maggiore. Ponghiamo che ſia maggior il* D E, *il quale togliſi alla grandezza & ugualità di* A B, & *ſia per via di dire* G E, *uguale ad* A B, & *tiriſi oltre la linea* G F, & *ſarà ſecondo la quarta lo angolo* G F E, *uguale all'angolo* A C B, *perilche ſarà ancora al* D F E C, *cioè la parte al tutto, ilche è impoſsibile. Sarà adunque* D E, *uguale alla* A B, *adunque per la quarta,* D F, *ſarà uguale al* A C, *et l'angolo* D, *all'angolo* A,

lo A, *che è il primo mẽbro della propostaci diuisione. Siano di nuouo duoi angoli come prima* B, & C, *uguali a dua angoli* E, & F, & *sia il lato* A B, *che è rincontro all'angolo* C, *uguale al lato* D E, *che è rincontro all'angolo* F, *uguale al quale dicemmo che era lo angolo* C, *dico che il lato* B C, *sarà uguale al lato* E F, & *il lato* A C, *al lato* D F, & *lo angolo* A, *all'angolo* D, *che se il lato* E F, *non fusse uguale al lato* B C, *sarà uno de duoi maggiore. Pongasi che sia maggiore* E F, & *che* E G, *sia uguale al* B C, & *tirisi la linea* D G, *sarà per la quarta, lo angolo* D G E, *uguale all'angolo* A C B, *perilche all'angolo ancora* D F E, *cioè il di fuori a quel di dentro, ilche è impossibile mediante la sedicesima, perilche la* E F, *sarà uguale alla* B C, *adunque per la quarta, il lato* D F, *sarà uguale al lato* A C, & *lo angolo* D, *all'angolo* A, *che è il secondo membro della propostaci diuisione, la onde il tutto ci è manifesto.*

Proposta XXVII.

SE una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, et causerà duoi angoli corrispondentisi, che sieno fra loro uguali quelle due linee saranno fra loro paralelle.

Auuenga che la linea A B, *caschi su le due* C D, & E F, & *interséchi la* C D, *nel punto* G, & *la* E F, *nel punto* H, & *sia lo angolo* D G H, *uguale all'angolo* E H G, *dicesi che le linee* C D, & E F, *sono paralelle, & se elle non saranno, andranno a*

congiugnersi insieme, dalla parte C E, *al punto* K, *o dalla parte* D F, *al punto* L, & *in qual si voglia modo accadrà lo impossile secondo la sestadecima, cioè che l'angolo di fuori sia uguale all'angolo di dentro, conciosia che uno de detti corrispondentisi che si è detto che sono uguali, sarà di fuori & l'altro di dentro. Adunque perche egli è impossibile che elle si vadino ad unire insieme da alcuna delle bande, saranno veramente secondo la diffinitione paralelle, che è quel che ci eramo proposto.*

Proposta XXVIII.

SE una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, et l'angolo suo di dentro sarà uguale all'angolo di fuori che gli è a rincontro, o i duoi angoli di dentro da una banda sarãno uguali ad dua angoli retti quelle due linee saranno paralelle. Sia una linea A B, *che intersechi le due linee* C D, & E F, *ne pũti* G, & H, *et l'angolo* G, *di fuori sia uguale all'angolo* H, *di dentro che gli è a rincontro, preso dalla medesima banda, ouero i duoi angoli* G, & H, *di dentro presi dalla medesima bãda sieno uguali a duoi retti, dicesi le due linee* C D, & E F, *essere paralelle, sia primieramente lo angolo* D G A, *uguale allo* F H G, & *sarà l'angolo* C G H, *secõdo la quindicesima, uguale al medesimo angolo* F H G, *perilche secondo la ventisettesima* C D, & E F, *sono paralelle siano ancora*

i duoi

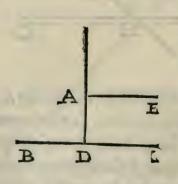
i duoi angoli D G H, *&* F H G, *uguali a duoi retti, & perche per la tredicesima i duoi angoli* D G H, *&* C G H, *sono similmente ugua li a duoi retti, lo angolo* C G H, *sarà uguale all'angolo* F H, *la onde per la passata* C D, *&* E F, *saranno paralelle, che è quello che cerca uamo.*

Proposta XXIX.

SE vna linea cadrà sopra due linee paralelle i duoi angoli respet tiuamente corrispondentisi saranno fra loro uguali, & lo angolo di fuori sarà uguale all'angolo di dentro che li è dirincontro, et i duoi angoli di dentro dall'una parte, et dalla altra saranno uguali a duoi retti. Siano due linee A B, *&* C D, *paralelle sopra le quali caschi la linea* E F, *che le intersechi ne punti* G, *&* H, *dico tre cose, la prima che gli angoli* G, *&* H, *corrispondentisi sono uguali, secondariamente che lo angolo* G, *di fuori è uguale all'angolo* H, *di dētro postoli a rincontro, & preso dalla medesima banda; & per terza dico che gli angoli* G, *&* H, *di dentro presi da vna medesima bāda sono uguali a duoi retti, che è la contraria delle due passate, Et che ciò sia primieramente vero si vede in questo modo. Se lo angolo* B G H, *non fusse uguale all'angolo* C H G, *uno di loro è forza che fusse maggiore dell'altro, pongasi che* C H G, *sia maggiore, & perche i duoi angoli* C H G, *&* G H D, *sono uguali a duoi retti, secondo la già allegata tredicesima i duoi angoli* B G H, *&* D H G, *sarāno minori di duoi retti, adūque*

per

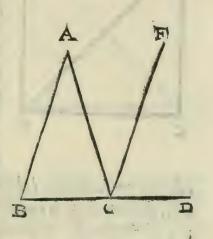
per la quarta dimanda ſe le due linee A B, *&* C D, *ſi tireranno ol= tre ſi congiugneranno inſieme nelle parti* B, *&* D, *a qualche punto, come è al* K, *& non ſaranno adunque ſecondo la loro diffinitione pa ralelle , che ſarà contro al propoſtoci argomento , & perche queſto è impoſsibile ſaranno i duoi angoli corriſpondentiſi* B G H, *&* C H G *uguali, che è quel che da prima ci proponemmo , Da queſto è mani feſto quel che ſecondariamente ſi diſſe , percioche lo angolo* B G H, *ſecondo la quintadecima è vguale all'angolo* A G E, *perilche lo an= golo* A G E, *ſarà uguale all'angolo* C H G, *il di fuori , cioè a quel di dentro, che fu la ſeconda coſa che ci proponemmo, da queſto di nuo= uo ſi vede manifeſto quel che occorra dire per la terza coſa , concio= ſia che ſecondo la trediceſima, i duoi angoli* A G E, *&* A G H, *ſo= no uguali a duoi retti, adunque i duoi angoli* A G H, *&* C H G, *ſa= ranno ancor eßi uguali a duoi retti, che ſono i duoi di dentro preſi da la medeſima banda, che è la terza coſa che ſi propoſe .*

Propoſta XXXI.

DA un punto propoſtoci fuori di vna linea , tirare vna li= nea paralella alla già propoſtaci li= nea . Il punto propoſtoci fuori di una linea ſi intende , quãdo tirando vna linea da amendue le bande nõ paſſa per eſſo . Sia il punto A, *pro= poſtoci fuori della linea* B C, *dalqua le biſogni tirare vna paralella alla* B C, *tiriſi la linea* A D, *in qualunque modo occorra ſopra il punto* A, *che è la eſtremità della linea* A D, *&* *facciſi lo angolo* E A D,

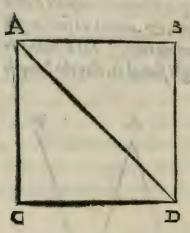
ſecondo

ſecondo la ventitreeſima, uguale all'angolo B D A, *ſuo corriſpondente, & ſarà* A E, *peralella alla* B C, *per la ventiſetteſima, che è quello ci proponemmo.*

Propoſta XXXII.

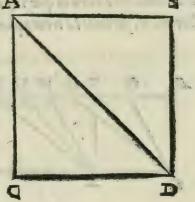
OGni angolo di fuori di qual ſi uoglia triangolo è uguale a duoi angoli di dentro poſtoli a rincontro, & tutti a tre i ſuoi angoli è di neceßità che ſieno uguali a dua angoli retti. Sia il triangolo A B C, *il lato* B C, *del quale ſi prolunghi ſino al* D, *dico che l'angolo* C, *di fuori è uguale a duoi angoli di dentro* A, *&* B, *poſtoli a rincontro congiunti inſieme, & che i tre angoli del triangolo* A B C, *congiunti inſieme ſono uguali a duoi retti. Io prolungherò dal punto* C, *il lato* C F, *paralello ad* A B, *& lo angolo* F C A, *ſarà uguale all'angolo* A, *conciosia che ſono corriſpondentiſi ſecondo la prima parte della ventinoueſima. Et lo angolo* F C D, *di fuori, è uguale all'angolo* B, *di dentro ſecondo la ſeconda parte della ventinoueſima, perilche tutto la* A C D, *di fuori è uguale a duoi angoli di dentro* A, *&* B, *che li ſono a rincontro, che è quanto alla prima coſa detta di ſopra. Et perche i duoi angoli* A C B, *&* A C D, *ſono uguali a duoi retti ſecondo la trediceſima ſaranno i tre angoli* A B C, *di dentro uguali a duoi retti, che è quel che ſecondariamente ci occorreua.*

Propoſta

Proposta XXXIII.

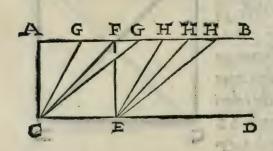
SE nelle teste, ouero alle estremità di due linee paralelle, et grandi a un modo si applicheranno due altre linee, elle saranno ancora paralelle & uguali. Siano due linee A B, & C D, uguali & paralelle, le teste delle quali si congiunghino insieme con le linee A C, & B D, dicesi che le sono uguali & paralelle. Percioche tirisi la linea schianciana A D, adunque perche le linee A B, & C D, sono paralelle, l'angolo B A D, sarà uguale all'angolo A D C, secondo la prima parte della uentinouesima, peril che i duoi lati A B, & A D, del triãgolo A B D, saranno uguali a duoi lati D C, & D A, del triangolo D C A. Et lo angolo A, del primo sarà uguale all'angolo D, del secondo adunque per la quarta, la basa B D, del primo, è uguale alla basa A C, del secondo, & lo angolo A B D, del primo, è uguale all'angolo D A C, del secondo. Et perche ei sono corrispondentisi, cioè l'un come l'altro, le linee B D, & A C, saranno mediante la uentisettesima, paralelle perilche essendosi di sopra prouato, che elle sono anco uguali è chiaro quel che cercauamo.

Proposta XXXIIII.

OGni superficie fatta di lati paralelli, ha le linee et gli angoli di ricõntro uguali diuidẽdola un diametro, o schiãciana p mezo.

Sia

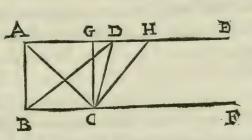
Sia la superficie A B C D, fatta di lati paralelli, talche la linea A B, sia parimente lontana dalla C D, & A C, dalla B D, dicesi che le due linee A B, & C D, et le due altre ancora A C, & B D, sono uguali. Et similmente si dice l'angolo A, essere uguale all'angolo D, & l'angolo B, all'angolo C. Tirisi la schianciana A D, la quale diuiderà questa superficie per mezo, & essendo A B, & C D, parimente lontane, adunque gli angoli B A D, & C D A, che sono corrispondentisi saranno per la ventinouesima uguali, & perche A C, & D B, sono ancora paralelle, gli angoli ancora C A D, & B D A, che sono corrispõdentisi saranno ancor essi uguali. Intendinsi duoi triangoli A D B, & D A C, pche i duoi angoli A, et D, del triangolo A B D, sono uguali a dua angoli A, & D, del triangolo D A C, & il lato A D, sopra il quale giaciono quelli angoli è comune nell'uno & nell'altro triangolo sarà secondo la ventiseesima, il lato A B, uguale al lato C D, & il lato A C, al lato B D, et l'angolo B, all'angolo C, et perche l'angolo A, intero, è chiaro che è uguale all'angolo intero D, secondo il secondo concetto di Euclide, egli è manifesto quel che andauamo cercando.

Proposta XXXV.

Tutte le superficie di lati paralelli fatte sopra una medesima basa, & poste in esse linee corrispondentesi sono uguali. Siano due linee A B, et C D, paralelle infra le quali faccisi la superficie

A C F E, *di lati paralelli sopra la basa* C E, *dipoi sopra la medesima basa, & infra le medesime linee faccisi un'altra superficie* G C H E, *di lati pur paralelli, dicesi le due dette superficie essere uguali, ilche prouerremo in questo modo, o la linea* C G, *intersecherà la linea* A B, *in qualche punto della linea* A F, *o nel punto* F, *o in alcun punto della linea* B F, *dicasi che primieramente intersechi la* A F, *nel punto* G, *come si uede nella prima figura, o dimostratione. Hora perche l'una, & l'altra di queste linee, cioè* A F, *&* G H, *è uguale alla linea* C E, *secondo la trentaquattresima, cioè la passata le saranno ancora uguali l'una alla altra, leuata adunque via la linea* F G, *commune, ci rimarra* A G, *uguale alla* F H. *Et perche secondo la quarantasettesima,* A C, *di nuouo è uguale ad* E F, *& l'angolo* H F E, *è uguale all'angolo* G A C, *come si prouò nella uentinouesima, cioè il di fuori à quel di dentro, il triangolo* A C G, *sarà secondo la quarta, uguale al triangolo* F E H, *adunque aggiunta la figura irregolare di quattro lati, cioè la* G C F E, *a l'una & l'altra, la superficie* A C F E, *sarà uguale alla superficie* G C H E, *che è quello ci proponemmo. Intersechi hora la linea* C G, *la* A B, *nel punto* F, *come si vede nella seconda figura i duoi triangoli* A C F, *&* F E H, *saranno secondo il primo modo di argomentare uguali, perilche aggiuntili da ogni banda il triangolo* F C E, *ce ne auerrà quello ci erauamo proposto.*

Intersechi la linea C G, *nel terzo modo la* A B, *infra i duoi punti* F B *come si vede nella terza figura, & verrà a intersecare la* F E, *nel punto*

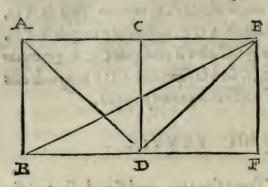
punto K, *et perche ſecondo il primo modo di argomentare la linea* A F, *è uguale alla* G H, *diuentata la* G F, *comune, ſarà la* A G, *uguale alla* F H, *& il triangolo* A G C, *uguale al triangolo* F E H, *aggiunto adunque all'uno & all'altro il triangolo* C K E, *& tratto dall'uno & dall'altro* F K G, *ſarà la ſuperficie* A C F E, *uguale alla ſuperficie* G C H E, *che è quello ci erauamo propoſto.*

Propoſta XXXVII.

T*Vtti i triangoli che ſi fanno ſopra una medeſima baſa, & infra due linee paralelle, ſono uguali. Siano duoi triangoli* A B C, *et* D B C, *fatti ſopra le baſe* B C, *& infra le due linee paralelle* A E, *&* B F, *diceſi che ei ſono uguali. Tiriſi* C G, *paralella ad* A B, *&* C H, *paralella a* D B, *ſaranno le due ſuperficie* A B C G, *&* D B C H, *uguali ſecondo la trẽtacinqueſima. Et perche i detti triangoli ſono la*

metà delle dette ſuperficie ſecondo la trentaquatreſima, ei ſaranno fra loro uguali, ſecondo la comun ſententia, che dice, di quelle coſe che il tutto è uguale, la metà ancora è uguale, & coſi è manifeſto quel che andauamo cercando.

Propoſta X L I.

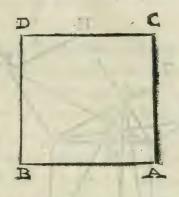
S*E un quadro et un triangolo ſaranno fatti ſopra una medeſima baſa, & infra le medeſime linee corriſpondentiſi & confor=*

mi, egli è di necessità che il quadro sia per il doppio del triangolo.

Sia il quadro A B C D, et il triangolo E B D, sopra la basa B D, & infra le linee A E, & B D, che siano paralelle; dicesi il quadro essere per il doppio del triangolo. Tirisi nel quadro la schianciana A D, & causerà il triangolo A B D, il quale per la trentaquattresima, sarà p la metà del quadro. Et perche il triangolo E B D, è uguale alla A B D secondo la trentasettesima, è manifesto il triangolo E B D, esser per la metà del quadro A B C D, che è quel che ci eramo proposto. Puossi ancora prouare il simile, che se il quadro & il triangolo sarāno fatti sopra base uguali, et infra linee paralelle, sarà il quadro per il doppio del triangolo, ilche non si curò di dire Euclide, perche mediante le cose dette era pur assai manifesto. Diuidasi il quadro in duoi triangoli con la schianciana, ouero si facci un triangolo sopra la basa del quadro infra due linee paralelle, & vedrassi il quadro per il doppio del triangolo che è quel si cercaua.

Proposta XLV.

COme di vna propostaci linea si facci un quadro. Sia la linea A B, da farne un quadrato, tirinsi dalle sue teste le linee A C, & B D, secondo la vndecima, che uenghino a piombo alla A B, che saranno per la ventiottesima paralelle, & ponghinsi amendue secondo la tredicesima, uguale alla detta A B, & tirisi la linea C D,

& sarà

& sarà uguale & paralella alla A B, secondo la trentatreesima, hora perche l'uno & l'altro delli angoli A, & B, è retto, saranno ancora retti C, & D, secondo l'ultima parte della ventinouesima. Adunque secondo la diffinitione, A B C D, è il quadrato che ci proponemo. Il medesimo si puo vedere altrimenti ancora, sia la A C, a piombo sopra la linea A B, secondo la undecima, & siali come prima uguale & tirisi secondo la trentunesima del punto C, C D, paralella ad A B, & uguale ad essa, & tirisi la linea D B, che secondo la trentatreesima, sarà uguale & paralella alla A C, & tutti gli angoli saranno retti, seconda la vltima parte della ventinouesima, haremo adunque secondo la diffinitione, quel tanto ci erauamo proposto.

Proposta XLVI.

QVel quadrato che si fa del lato che è rincontro all'angolo retto, di qual si uoglia triangolo ad angolo retto, è uguale a duoi quadrati che si fanno di amendue gli altri suoi lati. Sia il triangolo A B C, che habbia per angolo retto lo A, dicesi che il quadrato che si farà di B C, sarà uguale a duoi quadrati, che si faranno dello A B, & dello A C, insieme. Riquadrinsi questi tre lati secondo la quarantacinquesima, & della B C, sia la superficie B C D E, & del A B, sia la superficie B F G A, & dello A C, sia la superficie A C H K. Tirinsi dall'angolo retto A, alla B E, basa del quadrato maggiore, tre linee; A L, cioè paralella, a l'un & l'altro lato, cioè al B D, &

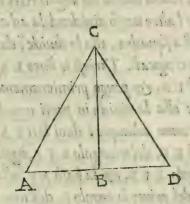
al C E,

al C E, la quale interſechi la B C, nel punto M, & la A D, & la A E. Tirinſi dipoi da duoi altri angoli del triangolo due linee a duoi angoli de quadrati minori, le quali ſi interſecheranno l'una l'altra dentro al detto triangolo: le quali ſaranno B K, & C F, & perche l'uno & l'altro delli angoli B A C, & B A G, è retto ſecondo la quatordiceſima, ſarà il G C, una linea ſola, et coſi ancora la B H, concioſia che l'uno & l'altro de duoi angoli C A B, & C A H, è retto: adunque perche il quadrato B E G A, & il triãgolo B F C, ſono ſopra la medeſima baſa B E, & infra due linee paralelle, cioè E G, & B F, ſarà il quadrato B F G A, ſecõdo la quarãtuneſima, per il doppio del triangolo B F C. Et il rriangolo B F C, è uguale al triangolo B A D, ſecondo la quarta, perche F D, & B C, lati del primo, ſono uguali a duoi lati A B, & B D, dell'ultimo: & l'angolo B, dell'ultimo, concioſia che l'uno & l'altro, è fatto dell'angolo retto, & dello A B C, che è comune, adunque il quadro B F G A, è per il doppio del triangolo A B D. Ma il quadro B D L M, è per il doppio del detto triangolo, ſecondo la quaranteſima, concioſia che ei ſono fatti ſopra della medeſima baſa, la quale è B D, & infra due linee le quali ſono paralelle, cioè B D, & A L, adunque mediante la comune ſententia il quadrato A B F G, & il quadrato B D L M, ſono uguali, perche le metà loro, cioè i detti triangoli ſono uguali, nel medeſimo modo & mediante le medeſime propoſte ſi prouerrà il quadrato A C H K, eſſere uguale al quadrato C E L M, mediãte i triãgoli K B C, et A E C,

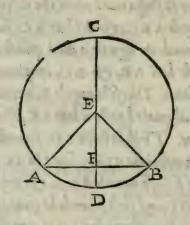
perilche

perilche habbiamo lo intento nostro di quanto ci erauamo proposto.

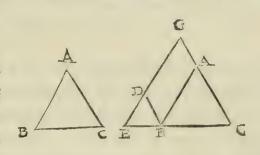
Proposta XLVII.

SE quel che ci viene dall'hauer multiplicato un lato del triango=lo per se stesso, sarà uguale a duoi quadrati, che saranno descritti da gli altri duoi lati, quell'angolo che è rincontro a quell'altro sarà retto. Multiplicare vna linea per se stessa non è altro, che descri uere il suo quadrato. Sia il triangolo A B C, *&* *del lato* A C, *sia il quadrato uguale a duoi quadra ti de lati* A B, *&* B C, *congiunti insieme, Dicesi lo angolo* B, *incon=tro al quale è posto il lato* A C, *esser retto. Tirisi la linea* B D, *secondo la vndecima a piõbo sopra la* B C, *che si pose uguale a* B A, *& tirisi la* D C, *et sarà secondo la quaran taseesima, il quadrato* D C, *uguale a duoi quadrati delle linee* D B, *e* B C, *et perche si pose* B D, *uguale alla* B A, *saranno i quadrati delle due linee* A B, *et* B D, *uguali, secondo la comune sententia che di=ce, delle linee uguali, sono i quadrati uguali. Perilche il quadrato* D C, *sarà uguale al quadrato* A C, *adunque secondo la comun sen=tentia che dice, quelle linee sono uguali, delle quali sono uguali i qua drati, sarà il* C D, *uguale allo* A C, *secondo la ottaua, et lo angolo* B *del triangolo* A B C, *sarà retto, che è quello ci erauamo proposto.*

Proposta

Proposta III. del III.

SE una linea dentro ad un cerchio posta fuori del centro sarà intersecata da una altra, che venga del centro in parti uguali, è di necessità che ella ui sia sopra a squadra, et se la ui sarà sopra a squadra, è forza che la diuida in due parti uguali. Auuẽga che la linea A B, posta dentro al cerchio A B C sia intersecata dalla linea E D, che venga dal centro, & la diuida in due parti uguali al punto F. Dicesi che ella la diuide ad angoli retti, et per l'altro uerso diuidendola ad angoli a squadra, ella la diuide ĩ due parti uguali. Tirinsi le linee E A, & E B, & pongo primieramente che ella la diuida in parti uguali saranno adunque i duoi lati E A, & E F, del triangolo E F A, uguali a duoi lati E F, & F B, del triangolo E F B, & la basa A F, alla basa F B, adunque per la ottaua, del primo lo angolo F, dell'uno è uguale all'angolo F, dell'altro, perche l'uno & l'altro è retto. perilche la E F, è a piombo collocata sopra la A B, che è quel che noi cercauamo. Secondariamente io dirò che E F, sia a piombo sopra A B, & mostrerò che ella diuide la A B, in parti uguali. Sarà adunque mediante quello si è posto, l'uno & l'altro di questi angoli, che sono al F, retto, perilche l'uno è uguale all'altro. Ma perche per la quinta del primo, lo angolo E F A, è uguale all'angolo E F B, & il lato E A, uguale al lato E B, secondo la ventisesima del primo, sarà la linea A F, uguale alla linea F B, che è quello che cercauamo.

Proposta

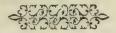
Proposta IIII. del VI.

DI quali si voglino duoi triangoli, de quali gli angoli dell'uno sieno uguali a gli angoli dell'altro, i lati che sono rincontro a detti angoli sono fra loro proportionali. Siano duoi triangoli A B C, *&* D E F, *di angoli uguali, & l'angolo* A, *sia uguale all'angolo* D, *& il* B, *alla* F, *& il* C, *alla* F, *dicesi che tal proportione è dal* D, *allo* E, *quale è dal* A, *al* B, *& dal* D F, *al* A C, *che dal* E F, *al* B C. *Imperò che ponghinsi questi duoi triangoli sopra una linea che sia* E C, *talmente che i duoi angoli dell'uno, che saranno sopra questa linea sieno uguali a dua angoli dell'altro che sono sopra la medesima linea: ma non però talmente che*

l'angolo del mezo dell'uno venga al mezo dell'altro, nell'ultimo dell'uno all'ultimo dell'altro, ma si bene che l'angolo del mezo dell'uno si congiunga in un punto con l'ultimo angolo dell'altro. Et sia la A F C, *quel medesimo triangolo che fu* A B C, *& perche l'angolo* A F C, *è uguale all'angolo* E, *et lo angolo* D E F, *all'angolo* C, *per la ragion detta, sarà per la prima parte della ventiottesima del primo, la linea* A F, *paralella alla* D E, *& la* D F, *alla* A C, *finischisi dipoi la superficie de lati paralelli, che sarà* G F, *&* G A, *secondo la quarta del primo, sarà uguale alla* D F, *&* G D, *alla* A F, *perche adunque per la seconda del sesto* G A, *corrisponde alla* A C, *come* E F, *alla* E C, *& per la medesima* E F, *ad* F C, *come* E D, *al* D G, *sarà per la settima del quinto,* D F, *alla* A C, *& per la medesima*

E D, *alla* E F, *come* E F, *alla* F C,*che è quel che andauamo cercando.* *Et quì mi piace di por fine alle propoſitioni di Euclide,che mi paion neceſſarie per rendere la ragione delle operationi paſſate,che ſe haueſſe a introdurre in queſta operetta tutte le Propoſte che dependono l'una dalla altra, o che ſi chiamano l'una l'altra, ſarebbe biſogno di andarſene molto in lungo,ilche ſarabbe fuori della intentione mia, che ho cerco ſolo di dimoſtrare tali operationi per via di ragione, però contentiſi chi leggerà queſti ſcritti di quel che mi è parſo per queſta opera, neceſſario ſolamente & vtile.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE, DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO SESTO.

Come si truoui la radice quadrata di qual si uoglia numero.

ER trouare la Radice quadrata di alcun propostoci numero, mi pare quasi di necessità di dichiarare i nomi de numeri secondo che da piu approuati authori sono stati chiamati, acciochè la varietà di questi nomi non habbia poi a generare confusione nelle menti di coloro, che vorranno mettere le operationi in atto, dico adunque seguendo Orontio, che i numeri semplicemente come numeri, non sono se nõ noue come 1.2.3.4.5.6.7.8.9. *conciosia che da questi in su non sono piu numeri semplici, ma sono, o articoli, o cõposti che cosi per lo piu si chiamano, chiamansi questi numeri semplici ancora Diti, et questo dico si per l'uso della pratica da farsi, si p la differentia che è da loro a gli altri, che depẽdono da loro, aggiuntoui il zero, cioè il* o, *i quali nõ piu diti, ma articoli si chiamano come è* 10.20.30.100.1000.*&c. Chiamansi ancora numeri composti, ouero mescolati quando due figure, o piu, si mettono insieme, come* 12.15.30.36.97.124.2158. *& successiuamente, il significato delle quali figure è notißimo, però non*

 intendo

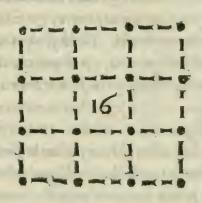
intendo di trattarne, bastandomi hauer accennato questo per la necessità che ne habbiamo per saper trouare le radici quadrate, per trouare le quali faccisi primieramente una Tauola de diti già detti diuidendoli per lo lungo, & per il trauerso con alcune lineetta come in questa figura si vede, & mettendo rincontro ad ogni dito, o vogliam dir numero semplice il multiplicato di se stesso come quì si vede.

Diti quadrati.

1	*uie*	1 *fa*	1
2	*uie*	2	4
3	*uie*	3	9
4	*uie*	4	16
5	*uie*	5	25
6	*uie*	6	36
7	*uie*	7	49
8	*uie*	8	64
9	*uie*	9	81

Fatto questo habbiamo da sapere che trouare una radice quadrata nõ è altro che discorrendo con la mente, trouare un numero che multiplicato per se stesso ci dia precisamente, qual si voglia numero che ci sia proposto, essendo questo tal propostoci numero, numero quadrato, ouero ci dia il maggior numero quadrato, che sarà dentro al propostoci numero. Numero quadrato, si chiama quel che ci viene dal multiplicare di alcun numero in se stesso, & Radice quadrata si chiama quel numero che p la multiplicatione di se stesso causa il numero quadrato, per la qual cosa pare che qual si voglia numero, sia radice quadrata di qualche numero, se bene ogni numero non ha radice quadrata: ma quei numeri solamente che sono quadrali; perilche si uede che la radice & il numero quadrato hanno fra di loro una scambieuole cõuenienza & legamento. Il riquadrare adunque, ouero multiplicare quadratamente alcun numero, è un multiplicare come si è detto qual si uoglia propostoci numero per se stesso, cioe multiplicarlo per

quanti

quanti numeri egli è, o uale, come per eſempio ſe ſi multiplicaſſe 4. per ſe ſteſſo ce ne verrebbe 16. adunque il 16. ſarebbe numero quadrato, & il 4. ſarebbe la radice del 16. Per ilche, pare che il numero quadrato habbia vna certa conuenienza & ſimilitudine con il quadrato geometrico, del quale ciaſcun lato ſi chiama la ſua radice quadrata: ilche facilmente ſi puo comprendere mediante la infraſcritta figura, fatta a ſimilitudine di vna ſuperficie piana quadrata cõpoſta di 16. punti, conciosia che per ogni uerſo ſono quattro punti, i quali annouerandoli per qual ſi voglia uerſo, ſempre ci danno 16. come ſi vede: ma torniamo al noſtro ragionamento. Propoſtoci adunque qual ſi voglia numero, da volerne cauare la radice quadrata, pongaſi primieramente queſto numero in tal maniera in carta, o in tauola da abbaco, che le ſue figure mediante alcune lineette tirate a piombo ſi ſeparino a due a due, & ſotto di detto numero ſi tirino due linee a trauerſo, fra le quali ſi hanno poi a mettere i diti, o numeri ſemplici come racconteremo. Preparate queſte coſe cominciſi la operatione, dal primo numero, cioè dalla man ſtanca in queſto modo conſideriſi la valuta di queſta prima figura del propoſtoci numero, & vadiſi inueſtigando, o eſaminando vno de numeri ſemplici, o vogliamoli dire diti, il quale multiplicato per ſe ſteſſo annichili, o ſpenga eſſa prima figura del propoſtoci numero, o quanta maggior parte puo di eſſa: & pongaſi queſto numero ſemplice, o dito, trouato che lo haremo ſotto detta

prima figura, in far le linee che si tirarono a trauerso, ogni volta che il propostoci numero sarà di tante figure, che le sieno in casso: ma se il detto propostoci numero fusse di figure pari, bisogna porre detto dito, ouer numero semplice, sotto la seconda figura del propostoci numero, infra dette linee a trauerso. Fatto questo, multiplichisi detto dito per se stesso, & quel che ce ne viene traggasi dal numero che sopra li corrisponde, notando di sopra il rimanente debitamente se per sorte ve ne occorre; & scancellando quelle figure delle quali ci saremo seruiti. Debbesi dipoi raddoppiare questo dito, cioè multiplicarlo per dua, & se quel che ce ne verrà, sarà di due figure, la prima si debbe porre sotto le linee a trauerso, rincontro alla seconda figura del già propostoci numero; & l'altra, rincontro al già detto dito pur di sotto alle linee a trauerso. Ma per maggiore commodità di coloro che non fussino in simil cose esercitati si fece come si è detto la tauola de diti: Et però esaminato il ualore come si disse della prima figura del propostoci numero, entrisi nella destra colonna della tauola, & quiui si vadia al numero piu uicino che si approssima alla prima figura del propostoci numero, conciosia che non sempre si riscontrerà, che sia vno stesso numero, però piglisi il piu uicino, ma il minore, & auuertendo nella colonna sinistra si trouerrà il numero semplice, o vogliam dire dito che si debbe torre, per porlo come si è detto fra l'una & l'altra delle linee che si tiraron a trauerso. Debbesi di nuouo andare ritrouando, o esaminãdo con la mente uno altro numero semplice, ouero dito, da metterlo non sotto la figura che segue del propostoci numero: ma sotto l'altra uerso la ritta, infra l'una & l'altra delle linee a trauerso, il quale multiplicato per lo addoppiato numero, della prima radice scancelli primieramente quelle figure che sopra di esso addoppiato numero son rimaste da sinistra; et secondariamente multiplicato in se stesso consumi quelle figure che

restaron sopra esso dito verso la sinistra, ouero la maggior parte che ei puo di loro. Questo dito similmente si addoppi con quel che già si trouò prima, & la vltima figura di quel che ce ne uiene, si metta sotto le linee tirate a trauerso rincontro alla prima che segue del pro postoci numero, & l'altre per ordine verso la sinistra, scancellando ancora il primo numero che ci venne dello addoppiamento della pri ma radice. Questo dito veramente, & dopo il primo tutti li al= tri, che secondo la grandezza del propostoci numero saren costret= ti di trouare, si trouerranno senza molto tedioso discorso in que= sto modo. Diuidasi il numero corrispondente sopra da sinistra a qual si voglia addoppiato numero delle radici, per esso stesso addop= piato numero, che appunto ci occorre. Imperoche il dito procreato da tal diuisione (conciosia che sempre se ne farà dito) viene ad esse= re quello che posto poi con gli altri infra l'una & l'altra delle linee a trauerso, ha da essere la radice quadrata che noi andiam cercando. Il quale se noi vorremo esaminare piu diligentemente, guardisi se quel che auanza alla fatta diuisione, sarà insieme con la figura sotto la quale ha a porre il dito maggiore, almanco uguale al numero, che ci viene dal multiplicare il dito in se stesso: percioche se il dito sa rà minore dello 1.0 al piu del 2. si debbe pigliare il minore, ilche non= dimeno occorre rarissimo. Debbesi ancor di nuouo inuestigar con la mente l'altro dito da porsi non sotto la figura che segue del propo= stoci numero, ma sotto l'altra infra l'una & l'altra delle linee tirate a trauerso; il quale multiplicato prima per tutte le figure dello ad= doppiato numero, & poi in se stesso scancelli con due operationi, tutte le figure che di sopra li corrispondono, o la maggior parte che si puo di loro. Conseguentemente questo dito radicale insieme con i già tro uati, & posti fra le linee a trauerso, si addoppi come è solito, & quel che ci viene di tale addoppiamento si porga sotto per ordine, come

de gli altri si fece scancellando prima le figure de numeri addoppiati, delle quali ci saremo seruiti. Et questo modo di operare si continoui per insino a tanto che si arriui sotto la ultima figura del propostoci numero. Et non ci esca di mente che ogni volta che nella fine, o mezo di tale operatione ci sopravanzasse un' 1. per dito radicale, che in suo scambio vi si ha a porre un zero, cioè un o. il quale si ha ad addoppiare insieme con le già trouate radici, se già non ci occorresse che venisse sotto la ultima figura di tutto il propostoci numero. Ricorderemoci ancora che quando haremo dato fine a l'operatione del trouare questa radice, & che del propostoci numero non ci auanzera cosa alcuna che potremo conchiudere il propostoci numero essere numero quadrato, conciosia chè se altrimenti occorresse il detto numero non sarebbe numero quadrato, nè la radice trouata di esso numero si potrebbe chiamaare radice quadrata, ma radice del maggior quadrato numero che si trouasse dentro al propostoci numero. Conciosia che tutti i numeri non son numeri quadrati. Quel che auanza trouata la radice, si denomina dalla radice addoppiato: la qual radice ancor che ella non sia la vera radice del propostoci numero, è nondimeno molto vicina alla uerità. Da queste cose ne seguita che qual si voglia numero quadrato, multiplicato per numero quadrato, faccia numero quadrato, et che ogni radice ancora addoppiata di qualunque numero quadrato, multiplicata per se stessa produca il quattro tali del suo quadrato. Et che quel rispetto, o proportione che tra la radice alla radice, la ha ancora il numero quadrato al numero quadrato, & cosi per il contrario. Onde la proportione de quadrati si generà dalla proportione delle loro radici, multiplicata in se stessa. Et se ci sarà nota la radice della proportione de quadrati, ci sarà ancor nota la proportione delle radici, ma non uoglio che noi parliamo hora delle proportioni, hauendone già il nostro

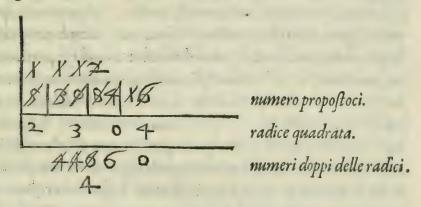
Carlo

Carlo Lenzoni scritto a dilungo in questa lingua, nõ meno dottamente che accuratamente, in quel libro che egli fece in difesa di Dante. Però tornando al nostro proposito daremo lo esempio delle cose dette di sopra, accioche elle sieno piu chiare & piu manifeste.

Dicasi che si vogli trouare la radice 5 3 0 8 4 16 pongasi questo numero come si disse & tirisili sotto due linee a trauerso & con alcune lineette che a piombo diuidino a dua a dua dette figure cominciandoci da destra & uenendo uerso la sinistra, come nel disegno dirincontro si uede, consideris adũque la prima figura del propostoci numero, et vadisi a cercarla nella destra colonnetta della già fatta tauola, il qual numero non trouerai cosi precisamente appunto. Et però di quegli ui sono, piglisi il minore di quelli che piu se li appresono, come che essendo il 5. il 1. del propostoci numero, torremo nella colonna destra della tauola, il 4. che è il piu vicino che vi si troua & minore, & guarderemo nella sinistra colonna della detta tauola, che numero semplice, o dito li corrisponda, & trouando che egli è il 2. lo porremo sotto a detto 5. infra l'una & l'altra delle linee si tirarono a trauerso, dicasi dipoi 2. uie 2. fa 4. & traggasi 4. di 5. ci restarà 1. il qual uno si metta sopra il 5. & al 5. si dia di penna, dicasi di nuouo 2. uie 2. fa 4. & pongasi 4. sotto a tutta dua le linee tirate a trauerso, rincontro alla figura che segue, che è il 3. Finito questo primo modo di operare, trouisi lo altro dito che fra le linee

a trauerso si ha a porre sotto il 0. in questo modo, partasi il 13. per il 4. & ce ne uerrà 3. per parte, & ce ne auãzerà uno, il qual 1. cõ il 0. che segue farà 10. dal qual conseguentemente si potrà cauare il quadrato del 3. detto, mettasi adunque il tre fra le linee tirate a trauerso rincontro al 0. & dicasi 3. uie 4. fa 12. il quale tratto de 13. ce ne rimane uno, scancellisi adunque 13. & sopra il 3. si põga 1. dipoi multiplichisi 3. per se stesso, & ce ne uerrà 9. il qual numero se lo trarremo di 10. & põgasi sopra il 0. lo 1. & oltra questo si scancelli il 4. numero primo addoppiato della trouata radice, finalmẽte addoppisi l'uno & l'altro dito della addoppiata radice, come è il 23. & ce ne uerrà 46. il quale numero pongasi di nuouo sotto le linee tirate a trauerso, ponendo 6. rincontro allo 8. & 4. rincontro al 0. Douerremmo conseguentemente trouare il terzo dito, che si ha a collocare fra l'una et l'altra linea delle tirate a trauerso incõtro, nõ alla prima figura che segue del propostoci numero, ma alla altra che uiene ad esser la quinta, cioè il 4. Ma perche allo addoppiato numero 46. ui risponde sopra solamente 18. il quale numero nõ si potrebbe diuidere p 46. però bisogna porui un zero 0. in cambio di dito, perche un 1. sarebbe troppo, il qual 0. si debbe porre sotto il 4. fra l'una & l'altra delle linee a trauerso. Fatto questo scancellisi 46. che è il numero addoppiato della passata trouata radice: & di nuouo addoppisi 230. & ce ne uerrà 460. il qual numero pongasi sotto le linee tirate a trauerso il 0. sotto lo 1. il 6. sotto il 4. & il 4. sotto lo 8. del propostoci da prima numero. Finalmente partasi il 1841. per il poco fa addoppiato numero 460. alquale ei corrisponde, & ce ne uerrà 4. per parte & auanzeracci 1. il quale 1. con il 6. che è l'ultima figura del propostoci numero farà 16. dal quale si potrà trarre il quadrato da farsi com e si ricerca, pongasi adunque 4. sotto il 6. fra l'una & l'altra delle linee tirate a trauerso, & dicasi quattro uie 4. fa 16.

il quale

il quale tratto dal 18. di ſopra ci reſterà 2. ſcancelliſi adunque 18. & ſopra lo 8. ſi ponga 2. Dicaſi dipoi 4. uie 6. fa 24. traggaſi 24. dal 24. che li è a corriſpondentia ſopra non ce ne rimarrà niente, ſcancel liſi adunque 24. & il 0. ſi laſci ſtare, il quale ancor che ſia la prima figura del numero addoppiato, non è atta nata come piu uolte ſi è det to a produrre coſa alcuna. Dicaſi ultimamente 4. uie 4. fa 16. & traggaſi 16. dal 16. che ſopra li ccorriſponde, ne ci auanzerà co= ſa alcuna perilche il propoſtoci numero 5. 30. 84. 16. ſarà numero quadrato, la ſua trouata radice ſarà 2304. nelle altre coſe ſi tenga il medeſimo ordine ma per maggior chiarezza ſi replica la forma del le figure.

Come ſi caui detta radice occorrendoci rotti.

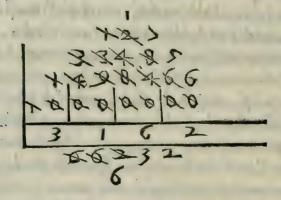
PArci ragioneuole mettere a campo uno altro modo da trouare le radici quadrate molto piu eſattamēte, accioche coloro che uor rano poſsino trouarle piu a piunto di quali ſi uoglia numero, ancor

 che

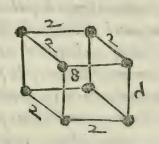
che gli nẽghino nello operare come interuiene de rotti. Propostoci adũque qual si voglia numero del quale si uogli cauare la radice quadra aggiungasi a detto numero verso la destra quel numero de zeri che ci piace, ma che siano di numero pari come 00. 0000. 000000. et così successiuamente accrescendone dua per uolta, & di quel numero che ce ne resulta, cauisene la radice quadrata secondo quella regola che di sopra si è detta, lasciando però del tutto da parte qual si voglia resto, che ce ne rimanessi se per sorte nello operare ce ne occorresse. Fatto questo lieuisi dipoi da essa radice quadrata la metà delle figure a corrispondentia de 0. che ui aggiugnemmo, cioè se ui aggiugnemmo sei 0. leuisi uia 3. figure, & le altre verso la sinistra si serbino, per lo intero numero della radice. Leuate via dipoi queste figure della detta radice, Bisogna multiplicarle per qual si voglia numero nel quale ci parra di diuidere vna di esse parti intere, come saria p 10. se noi diuidessimo detta parte intera in decine 0. per 20. se noi la diuidessimo in 20. 0. per 30. diuidendola in 30. 0. per 40. diuidendola in 40. 0. per 50. diuidendola in 50. 0. finalmẽte per 60. diuidendola in 60. & da quel ci viene di tal multiplicato lieuinsi uia da man destra tãte di quelle figure che ui sono che siano per la metà de 0. che ui si aggiunseno, & le figure che restano da man manca poni dopo il numero del già trouato intero, conciosia che eglino hanno a seruire per la prima sorte de rotti che ci saranno uenuti dalla diuisione che harem fatta dello intero, Di nuouo le figure che poco fa si leuaron uia, multiplichinsi p la medesima sorte di diuision che facemmo, & da quel che ce ne uiene lieuinsi uerso la destra tante figure quante se ne leuaron da prima, & quel ci resta pongasi appresso a primi rotti, che ha a seruire per i secondi rotti che ci vengano secõdo la diuisione che haremo da principio osseruata. Et questo faccisi tante uolte, che ci rimanghino a punto tanti, quãti la metà de

0. che

o. che si aggiunsono. Conciosia che per questa uia si potra cauare assai precisamente & a punto secondo il numero de gli aggiunti o. *la radice del propostoci numero. Dal che ne seguita che quanti piu* o. *si aggiugnerãno al propostoci numero, tãta piu esatta radice quadrata caueremo di detto numero. Ma vengasi allo esempio & dicasi che vogliamo cauare la radice di* 10. *aggiungasi ad esso* 10. *sei* o. *& farà* 10000000. *la radice quadrata del quale numero secondo lo ammaestramento passato sarà* 3162. *come mostra il disegno delle figure che segue, & ci è rimasto di resto come si vede* 1756. *del quale non terrem conto alcuno, conciosia che non ci causerà errore sensibile, o notabile, lieuisi adunque via le tre ultime figure di detta radice, cioè* 162. *che sono per la metà de sei zeri, che si aggiunseno &* 3. *serbisi cõciosia che egli è lo intero, cioè il primo numero della futura radice, dicasi dipoi che noi habbiam diuiso uno di questi interi in* 60. *& che tutte le parti de rotti habbino a seruare questo ordine, multiplicheremo adunque* 162. *per* 60. *& ce ne verrà* 9720. *dal qual numero tolgasi di nuouo via tre delle ultime figure, cioè* 720. *& la quarta figura serbisi, conciosia che ella è il numero de primi rotti che si ha a porre subito dopo il* 3. *che lasciammo per intero, multiplichisi di nuouo* 720. *per* 60. *& ce ne uerrà* 43200. *dal quale numero se noi leuerem uia il* 200. *cioè le tre ultime figure che sono la metà de* o. *vi aggiugnemmo ci auanzerà* 43. *il quale numero seruirà per* 43. *secondi, cioè per la seconda sorte de rotti, multiplichisi dipoi* 200. *per* 60. *& ce ne verrà* 12000. *dal qual numero leuando le tre ultime figure che non significano cosa alcuna, ci rimarrà* 12. *che seruiranno per la terza sorte de rotti, & non si debbe nella operatione procedere piu oltre, percioche le ultime tre figure che si son leuate via non haueuono, essendo tre* o. *significato alcuno, ma erano del tutto simili, ancor che per la metà alli aggiunti* o. *Potremo adunque cõsiderare di hauere*

uere in questo modo cauata la radice del 10. *la quale è* 3. *interi* 9. *minuti,* 43. *secondi & 12. terzij hauendo diuiso lo intero in* 60. *& successiuamente in* 60. *ancora li altri suoi dependenti, & auuertiscasi che il simile si puo fare di qual si voglia numero, & siano che & quante figure si uoglino. Potrebbesi nondimeno trouata che hauessimo la radice detto* 3162. *pigliare il* 3. *per lo intero come si fece di sopra lo* 1. *per la decima parte d'uno intero, cioè per* 10. *minuti se hauessimo diuiso lo intero in decine & il* 6. *per* 6. *decimi del minuto che sarebbon sei secondi &* 2. *finalmente per* 2. *decimi di un secondo, osseruando la proportion della diuisione a decine, ma piu esattamente mi pare si faccia nell'altro modo, nondimeno ciascun si serua nello operare di quel modo che piu li piace, che finalmente non rilieua cosa che importi quasi niente, & eccone la forma dello operare.*

Come si trouino le radici cubiche.

IL *cauare la radice cubica di alcun numero, non è altro che saper ritrouare alcun numero che multiplicatolo una volta sola per se stesso, rimultiplicare quel che ce ne sarà venuto vn'altra volta per se stesso causi il propostoci da prima numero se ei sarà numero cubico, ouero adempia il numero cubico maggiore, che sarà detro al propostoci*

postoci numero, che non fusse numero cubico. Numero cubico adunque si debbe chiamar quello che si genera dalla doppia multiplicatione di alcun numero in se stesso, ouero dal multiplicarlo una sol volta in se stesso & rimultiplicar poi il suo multiplicato ancora p se stesso la radice cubica adunque non è altro che esso numero cubico. Di sorte che il multiplicare cubicamente alcuna cosa, nõ è altro che multiplicare vn numero propostoci due uolte in se stesso, ouero multiplicarlo in se stesso vna uolta, & rimultiplicare il suo multiplicato per se stesso una altra volta, come se noi diceßimo duo vie dua, & duo vie dua fa 8. ouero duo vie dua fa 4. & duo vie 4. fa 8. Tal che lo 8. saria il numero cubico, & il 2. la radice cubica, ilche si debbe intendere a corrispondentia di tutti gli altri numeri simili. Debbesi intendere questo numero cubico per un corpo solido, fatto di sei superficie piane come un dado. Talche dal primo multiplicare di alcun numero ĩ se stesso se ne causi prima il numero quadrato, & piano, o vogliam dire superficiale, & dal rimultiplicar di nuouo detta superficiale

quadratura si causi il numero cubio, come in quel modo che si puo migliore ci rappresenta il presente disegno. Il modo ueramente di trouare la radice cubica non è molto differente da quel che poco fa si disse del cauare le radici quadrate. Eccetto primieramente questo che ei bisogna che le figure di quel numero dal quale uorrem cauare la radice cubica si separino a tre per tre con le lineette a piombo cominciandosi dall'ultima et andando uerso la sinistra. Oltra di questo

il Dito

il Dito trouato et posto sotto la prima coppia da man stanca si ha a multiplicare cubicamente, & tratto quel ce ne viene dal numero di sopra, si debbe il medesimo primo dito rimultiplicare per 3. & l'ulti= ma figura di quel che ce ne viene si ha a porre sotto le linee tirate a trauerso rincontro alla figura del mezo, che si troua infra le lineette che seguono a piombo distribuendo le altre figure uerso la sinistra se= condo lo ordine. Il secondo dito dipoi insieme con il primo si ha a multiplicare per tre, & quel ce ne verrà si ha a multiplicare poi per esso dito, ilche non si fa ne' numeri quadrati, & quel che ce ne uiene si ha a cauare a corrispondentia da quel di sopra rispetto all'hauerlo rinterzato, notando quel ci auanzerà di sopra se per sorte ci auanzerà cosa alcuna. Questo dito dipoi si multiplichi cubicamente in se stes so, & traggasi quel che ce ne viene dal numero che ci rimase di so= pra. Rinterzonsi poi, cioè si multiplican per 3. amenduoi i trouati diti, et l'ultima figura di quel ce ne viene si ha a porre sotto le linee tirate a trauerso rincontro alla figura del mezo delle tre che sono uer so la destra infra le lineette tirate a piombo, & le altre come le di so pra metter per ordine verso la sinistra trouato di nuouo il terzo dito bisogna rinterzarlo con i già prima trouati diti, & quel che ce ne uer rà si ha di nuouo a multiplicare per se stesso, accioche vltimamente cubicamente multiplicato consumi tutto il numero che sopra li corri sponde, ouero la maggior parte di esso che li è possibile. Tengasi il medesimo ordine del quarto dito delle radici, et di piu se piu ne oc= corrono fino a tanto che si arriui sotto la vltima figura del propostoci numero. Ne ci esca di mente che i trouati diti delle radici si han= no a metter sempre sotto la figura da destra che viene fra lineetta et lineetta delle a piombo, di detto propostoci numero. Et oltra que= sto ricorderemoci, che quante volte ci auanzerà uno 1. per il troua to dito, (ilche di necessità ci occorrerà tante volte quante che il nu=

mero posto sopra il numero rinterzato, sarà per 10. uolte maggior della trouata radice multiplicato per detto numero rinterzato) ci bisogna in cambio di esso dito metterui un zero & scancellato, il poco fa rinterzato numero delle radici, rinterzare essa radice che risulterà del detto zero & de primi trouati diti: & l'ultimo dito de rinterzati numeri porlo sotto le linee da trauerso rincontro alla figura del mezo che è infra le lineette a piombo che seguon da destra notando o ponendo l'altre secondo l'ordine uerso la sinistra. Fatto questo si hanno a ritrouare gli altri diti con quella regola che poco fa si è detta fino a tanto che si arriui a l'ultima figura del propostoci numero, & sarà finita la operatione del modo di trouare la desiderata radice. Ne bisogna che altri si marauigli, fatta tutta la operatione se quel che ci auanza sarà il piu delle uolte maggior di essa radice (ilche non interuiene de numeri quadrati) percioche un numero ben piccolo multiplicato cubicamente genera un numero molto grande & quel che ci auãzerà si chiamerà auanzo di radice triplata. Pare adunque che ci sia una sola dificultà nel trouare i diti radicali conciosia che sarebbe cosa lunga & molto fastidiosa lo hauer sempre a discorrere con la mente da.1.per insino a.9. & dal 9.al.1. per trouare finalmente un dito conueniente al bisogno nostro, & però habbiam giudicato non essere fuor di proposito aggiungerci una tauoletta nella quale sieno essi diti, & numeri cubicamente multiplicati di essi diti mediante laqual si possa multiplicare cubicamente tutti i diti, (ilche sarem forzati di fare spesso) & trouare per questa uia il primo numero della futura radice. Considerisi adunque infra i numeri cubici di detta tauoleta qual numero ui sia uguale, o che piu se li appressi, ma però minore al numero, o figure del propostoci numero che saran rasente la prima lineetta delle a piõbo, uerso la destra. Conciosia che il dito che nella colonna sinistra della tauoletta corrisponderà al detto

numero sarà quelloch e si harà a pigliare per la desiderata radice. E tutti gli altri diti finalmente si caueranno dal primo con questa regola. Presupponti di hauere un zero, cioè, un o. per trouare il desiderato dito, cioè, multiplica per 10. il gia trouato numero della radice conciosia che posto un zero doppo qual si uoglia figura di abbaco accresce per 10. tanti essa figura del numero, & il numero che cosi multiplicato per 10. insieme con il primo dito della radice, ouero con i già trouati diti & con detto zero resulta, multiplichisi per il numero rinterzato sotto le linee da trauerso, & diuidasi per il numero multiplicato posto sopra il rinterzato. Conciosia che quel numero che ce ne uerrà da tal diuisione, sarà sempre dito, & da essere sempre preso per il desiderato dito delle radici. Et se ei ci piacerà esaminare piu diligentemente esso dito. considerisi se quel ci auanzerà fatta la diuisione insieme con la figura che subito segue uerso la destra, faccia un numero maggiore, o almanco uguale, al numero che uiene dalla multiplication cubica di detto dito, conciosia che se egli accadessi altrimenti bisognerebbe pigliare esso dito minore dell'uno o almanco del. 2. come si disse de numeri quadrati. Ma per uenir alla dimostration con lo essempio per maggiore dichiaratione porremo prima la promessa tauoletta.

	Diti	*Num. Cubichi.*
Vn uie uno due uolte	1	1
Dua uie dua duo uolte.	2	8
Tre uie tre tre uolte.	3	27
Quattro uie quatro quattro uolte.	4	64
5. uie 5. cinque uolte	5	125
6. uie 6. sei uolte	6	216
7. uie 7 sette uolte.	7	343
8. uie 8. otto uolte.	8	512
9 uie 9. noue uolte.	9	729

Propongacisi per essempio questo numero 12812904. *delquale si habbia a cauare la radice Cubica. Ordinisi questo numero come già di sopra dello altro si disse, & come mostrerà la figura che segue, insieme con le lineette a piombo, & con le disotto ancora tirate a trauerso. Considerisi dipoi il* 12. *ilquale è il primo numero o figura uerso la sinistra del propostoci numero separato dalla prima lineetta a piombo, et uadisi con esso nella destra colonna della gia fatta tauola, de numeri Cubichi, & cerchisi di esso, questo* 12. *non ui si trouerà precisamente a punto, & però piglisi il minore che se li auicina che sarà lo* 8. *& troueremo che nella colonna sinistra li corrisponde il* 2. *ilquale è il primo dito della futura radice, pongasi adunque questo* 2. *sotto il* 12. *infra l'una & l'altra delle linee a trauerso, & dicasi* 2. *uie* 2. *due uolte fa* 8. *& traggasi* 8. *da* 12. *ce ne resta* 4. *pongasi* 4. *sopra il* 2. *del* 12. *& scancellisi esso* 12. *Multiplichisi poi per* 3. *detto* 2. *& dicasi* 3. *uie* 2. *fa* 6. *& pongasi detto* 6. *sotto amendue le linee a trauerso rincontro allo* 1. *che è subito dopo lo* 8. *della destra. Presupponghiamoci conseguentemẽte di hauer un zero in cãbio del dito che segue di detta radice che insieme con il primo di già trouato dito ci diuenterà* 20. *ilqual multiplicato per* 6. *numero rinterzato della già prima trouata radice ci darà* 120. *diuidasi adunque il* 481. *che di sopra corrispõde al detto rinterzato numero p* 120. *& ce ne uerrà* 3. *per parte, ilqual* 3. *ha da seruire p il secõdo dito della radice, lasciato* 121. *di auanzo, il che con il* 2. *che egli ha da destra fa* 1212 *dal qual numero si potrà facilmente cauare il numero cubico di esse* 3. *dette figure, pongasi adunque il* 3. *fra amendue le linee da trauerso sotto il* 2. *del* 812. *che è rinchiuso fra la prima & la seconda delle lineette a piõbo, & multiplichisi l uno & l altro dito della radice, cioè* 23. *p il* 6. *numero già rinterzato & ce ne uerrà* 138. *ilche multiplicato per* 3. *ci darà* 414. *il che si trarrà dal* 481. *che corrisponde ad esso numero rinter=*

zato, & ci rimarrà 67. scancellisi 481. & pongauisi sopra 67. il 7. cioè sopra lo 1. & il 6. sopra lo 8. Multiplichisi finalmente il 3. cubicamente dicendo tre uie tre uolte fa 27. & traggasi 27. dal 72. che poco fa ci rimase & ce ne resterà 645. lasciato adunque stare il 6. senza toccarlo scancellisi 72. & sopra ui si ponga 45. cioè il 5. sopra il 2. & il 4. sopra il 7. Fatto questo rinterzisi 23. & ce ne uerrà 69. il che pongasi sotto amendue le linee da trauerso, il 9. cioè sotto il 0. & il 6. sotto il 9. del propostoci numero, & scancellisi il prima rinterzato numero cioè il 6. Debbesi finalmente andare esaminando & trouando il terzo dito della radice in questo modo, multiplichisi il 23. che son figure della già trouata radice per 10. aggiuntoui da destra un zero in questo modo 230. ilqual numero della radice già multiplicato per 10. cioè, 230. multiplichisi per 69. già numero rinterzato della trouata radice & ce ne uerrà 15870. partasi adunque per questo 15870. quel che ci rimase di resto corrispondente sopra il detto rinterzato numero, cioè 64590. & haremmo 4. per parte, & ci auanzerà 1110. ilche con il 4. ultima figura di tutto il numero ci farà 11104. numero molto maggiore che il numero Cubico che ci uiene dalla multiplication cubica di esse 4. figure. Pongasi adunque 4. fra l'una & l'altra delle linee a trauerso rincontro al 4. ultima figura del propostoci numero, & multiplinchinsi tutti i diti della trouata radice, cioè 234. per 69. numero ultimamente rinterzato, & ce ne uerrà 16146. multiplicato per 4. ce ne uerrà 64584. traggasi adunque 64584. dal sopra notato numero 64590. & ce ne resterà solamente 6. il che si ha a porre sopra il 0. scancellando l'altre figure secondo il solito, multiplichisi finalmente cubicamente il 4. cioè, lo ultimamēte trouato dito della radice, & ce ne uerrà 64. il che traēdolo dal 64. che prima ci era rimasto, non ci lascerà cosa alcuna di resto. La onde potremo dire che il da prima propostoci numero 12812904.

sia

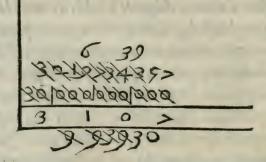
sia numero Cubico, & che il 2 3 4. sia la sua radice cubica, il medesimo si debbe fare delli altri simili. Dalle cose adunque dette si uede manifesto che si truouano molto piu numeri quadrati, che cubichi perche da 1. fino a 1000000. per un numero cubico solo se ne trouerranno 10. quadrati.

		4	
	4	6 7 8	8
numero propostoci.	12	8 12	0 0 4
radice cubica.	2	3	4
Numeri interzati delle radici.	6	69	

Come si caui la Radice Cubica di ogni numero nelquale occorrino Rotti.

P*Ropostoci il numero delqual si habbi a cauare la radice Cubica aggiunghiuisi dopo tanti zeri a tre per tre quanti ci piace, cioè,* 000. *ouero* 000000. *ouero* 000000000. *& cosi successiuamente crescendo di* 3. *in* 3. *quanto ci piacerà, & di quel che ce ne uiene caui si la radice cubica, nel modo già detto di sopra non tenendo conto alcuno di quel che ci rimanessi se per sorte ci rimnaessi cosa alcuna di resto, traghasi dipoi dalla trouata radice tante figure dalla destra che sieno per il terzo de zeri che ui si aggiunsono, & quel numero che da sinistra ci resta serbisi da parte per li interi della futura radice.*

Multiplichinsi

Multiplichinsi di poi conseguentemente le figure che si leuaron di detta radice per quel numero nelquale ci saremo resoluti di diuidere uno intero, come si insegnò nella operatione della radice quadrata, quando si diuise per 60. & ci seruimmo di interi minuti, secondi, terzij. Et di nuouo di quel ce ne sarà uenuto lieuinsi tãte figure, che sieno per il terzo de zeri, che si aggiunsono, & le figure che rimangono da sinistra, notisi doppo il già posto numero delli interi, che seruirà pi minuti, di nuouo rimultiplichinsi le poco fa lenate figure per il medesimo numero, che sia come ne numeri quadrati si disse il 60. & lieuinsi di nuouo da man destra tãte figure che sieno per il terzo de zeri che si aggiunsono. Conciosia che per questa uia si trouerà la radice cubica come la quadrata molto precisamente & molto a punto, secondo lo aiuto dello aggiugnimento de zeri, donde ne segue come ne quadrati, che tanto piu esattamente si trouerà la radice cubica quanto piu zeri li aggiugneremo. Ma per maggiore dichiaratione uerremo all'essempio. Sia il propostoci numero del quale vogliam cauare la radice cubica 30. Aggiunghinsi al detto 30. noue zeri & sarà 30000000000. la radice cubica del qual numero secondo la poco fa descritta regola, è 3107. come la presente figura o forma dimostra.

Lasciando

Lasciando da parte il 6733957. del che non si ha a tenere conto alcuno, lieuinsi adunque uia le tre ultime figure, cioè 107. conciosia che elle sono per il terzo de 9. zeri che si aggiunsono, & l'altra figura, cioè il 3. si serbi da parte per il numero intero della futura radice. Multiplicato poi il 107. per 60. come si fece de numeri quadrati, ce ne uerrà 6420. dalqual multiplicato lieuinsi uia le 3. ultime figure dalla destra, cioè 420. & l'altra figura uerso la sinistra, pongasi doppo il 3. fra l'una & l'altra delle a trauerso che seruirà per i minuti. Multiplichisi di nuouo 420. per 60. & ce ne uerrà 25200. delqual numero se noi ne leueremo le 3. ultime figure, cioè 200. ce ne resterà 25. ilche porremo per i secondi, dopo i minuti. Multiplichisi di poi 200. per 60. & ce ne uerrà 12000. lieuinsi adunque le tre ultime figure cioè, i tre zeri, & ci rimarrà 12. da seruircene per i terzij. Hora perche le tre figure del multiplicato sono stati zeri, che ultimamente habbiam leuati uguali al tutto alla terza parte delli aggiunti zeri non si ha a procedere piu oltre, adunque la radice cubica del propostoci numero che fu 30. e 3. interi, 6. minuti. 25. secōdi, & 12. terzij, il che basti quanto, al trouare l'una & l'altra radice cioè, quadrata, & cubica senza i rotti o con detti rotti, conciosia che nelli altri numeri, si potrà sempre procedere a corrispondentia.

Radici.	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*
2	4	35	1225	68	4624	101	10201	134	17959	167	27889
3	9	36	1296	69	4761	102	10404	135	18225	168	28224
4	16	37	1369	70	4900	103	10604	136	18496	169	28561
5	25	38	1444	71	5041	104	10816	137	18769	170	28900
6	36	36	1521	72	5184	105	11025	138	19044	171	29248
7	49	40	1600	73	5329	106	11236	139	19321	172	29584
8	64	41	1681	74	5476	107	11449	140	19600	173	29929
9	81	42	1764	75	5625	108	11664	141	19881	174	30276
10	100	43	1849	76	5776	109	11881	142	20164	175	30625
11	121	44	1936	77	5929	110	12100	143	20449	176	30976
12	144	45	2025	78	6084	111	12321	144	20736	177	31329
13	169	46	2116	79	6241	112	12544	145	21025	178	31684
14	196	47	2209	80	6400	113	12764	146	21316	179	32041
15	224	48	2304	81	6561	114	12996	147	21609	180	32400
16	256	49	2401	82	6714	115	13225	148	21904	181	32761
17	289	50	2500	83	6889	116	13456	149	22201	182	33124
18	324	51	2601	84	7056	117	13689	150	22500	183	33489
19	361	52	2704	85	7225	118	13924	151	22801	184	33856
20	400	53	2809	86	7396	119	14161	152	23104	185	34225
21	441	54	2916	87	7569	120	14400	153	23409	186	34596
22	484	55	3025	88	7744	121	14641	154	23716	187	34969
23	529	56	3136	89	7921	122	14884	155	24025	188	35344
24	576	57	3249	90	8100	123	15129	156	24336	189	35721
25	625	58	3364	91	8281	124	15376	157	24649	190	36100
26	676	59	3481	92	8464	125	15625	158	24964	191	36481
27	729	60	3600	93	8679	126	15879	159	25281	192	36864
28	784	61	3721	94	8836	127	16129	160	25600	193	37249
29	841	62	3844	95	9025	128	16384	161	25921	194	37636
30	900	63	3969	96	9216	129	16641	162	26244	195	38025
31	961	64	4096	97	9409	130	16900	163	26569	196	38416
32	1024	65	4225	98	9604	131	17161	164	26896	197	38809
33	1089	66	4356	99	9801	132	17424	165	27225	198	39204
34	1156	67	4489	100	10000	133	17689	166	27556	199	39601

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
200	40000	233	54289	266	70756	299	89401	332	110224
201	40401	234	54756	267	71289	300	90000	333	110889
202	40814	235	55225	268	71824	301	90601	334	111556
203	41209	236	55696	269	72361	302	91204	335	112225
204	41416	237	56196	270	72900	303	91809	336	112896
205	42025	238	56644	271	73441	304	92416	337	113569
206	42436	239	57121	272	73984	305	93025	338	114244
207	42849	240	57600	273	74529	306	93636	339	114921
208	43264	241	58681	274	75076	307	94249	340	115600
209	43681	242	58564	275	75625	308	94864	341	116281
210	44100	243	59049	276	76176	309	95481	342	116964
211	44521	244	59536	277	76729	310	96100	343	117649
212	44944	245	60025	278	77284	311	96721	344	118336
213	45369	246	60516	279	77841	312	97344	345	119025
214	45796	247	61009	280	78400	313	97969	346	119716
215	46225	248	61504	281	78961	314	98596	347	120409
216	46556	249	62001	282	79524	315	99225	348	121104
217	47089	250	62500	283	80089	316	99856	349	121801
218	47524	251	63001	284	80656	317	100489	350	122500
219	47961	252	63504	285	81225	318	101124	351	123201
220	48400	253	64009	286	81796	319	101761	352	123904
221	48841	254	64516	287	32369	320	102400	353	124909
222	49284	255	65025	288	82944	321	103041	354	125316
223	49729	256	65536	289	83521	322	103684	355	126025
224	50176	257	66049	290	84000	323	104329	356	126736
225	50625	258	66564	291	84681	324	104976	357	127449
226	51076	259	67081	292	85264	325	105625	358	128164
227	51529	260	67600	293	85849	326	106276	359	128881
228	51984	261	68121	294	86436	327	106929	360	129600
229	52441	262	68644	295	87025	328	107584	361	130321
230	52900	263	69169	296	87616	329	108241	362	131044
231	53361	264	69696	297	88209	330	108900	363	131769
232	53824	265	70225	298	88804	331	109561	364	132496

Radici.	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*	*Radici.*	*Quadrati.*
365	133225	398	158404	431	185761	464	215296	497	247009
366	133956	399	159201	432	186624	465	216225	498	248004
367	134689	400	160000	433	187489	466	217156	499	249001
368	135424	401	160801	434	188356	467	218089	500	250000
369	136161	402	161604	435	189225	468	219024	501	251001
370	136900	403	162409	436	190096	469	219961	502	252004
371	137641	404	163216	437	190969	470	220900	503	253009
372	138384	405	164025	478	191844	471	221841	504	254016
373	139129	406	164836	439	192721	472	222784	505	255025
374	139876	407	165649	440	193600	473	223729	506	256036
375	140625	408	166464	441	194481	474	224676	507	257049
376	141376	409	167281	442	195364	475	225625	508	258064
377	142129	410	168100	443	196249	476	226576	509	259081
778	142884	411	168921	444	197136	477	227529	510	260100
379	143641	412	169744	445	198025	478	228484	511	261121
380	144400	413	170569	446	198916	479	229441	512	262144
381	145161	414	171396	447	199809	480	230400	513	264169
382	145924	415	172225	448	200704	481	231361	514	265196
383	146689	416	173056	449	201601	482	232324	515	266225
384	147456	417	173889	450	202500	483	233289	516	267256
385	148225	418	174724	451	203401	484	234256	517	268289
386	148996	419	175561	452	204304	485	235225	518	269324
387	149769	420	176400	453	205209	486	236196	519	270361
388	150544	421	177241	454	206116	487	237169	520	271400
389	151321	422	178084	455	207025	488	238144	521	272441
390	152100	423	178929	456	207936	489	239121	522	273484
391	152881	424	179776	457	208849	490	240100	523	274529
392	153664	425	180625	458	209764	491	241081	524	275576
393	154449	426	181476	459	210681	492	242064	525	276625
394	155236	427	182329	460	211600	493	243049	526	277676
395	156025	428	183184	461	212521	494	244036	527	278729
396	156816	429	184041	462	213444	495	245025	528	279784
397	157609	430	184900	463	214369	496	246016	529	2[illegible]0841

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
530	281900	557	310249	584	310262	611	373321	638	407044
531	282961	558	311364	584	342225	612	374544	639	408321
532	283024	559	312481	586	343396	613	375769	640	409600
533	284089	560	313600	587	344569	614	376996	641	410881
534	285156	561	314721	588	345744	615	378225	942	412184
535	286225	562	315844	589	346921	616	379456	643	413449
536	287296	563	316969	590	348100	617	380689	643	414736
537	288369	564	318096	591	349281	618	381924	644	416025
538	289444	565	319225	592	350464	619	383161	645	417316
539	290521	566	320356	593	351649	620	384400	646	418609
540	291600	567	321489	594	352836	621	385641	647	419904
541	292681	568	322624	595	354025	622	386884	648	421201
542	293764	569	323761	596	355216	623	388129	649	422500
543	294849	570	324900	597	356409	624	389376	650	423801
544	295936	571	326041	598	357604	625	390625	651	425104
545	297025	572	327084	599	358801	626	391876	652	426049
546	298116	573	328329	600	360000	627	393129	653	427716
547	299209	574	329476	601	361201	628	394384	654	429025
548	300314	575	330625	602	362404	629	395641	655	430336
549	301401	576	331776	603	363609	630	396900	656	431649
550	302500	577	332929	604	364814	631	398161	657	432964
551	303601	578	334084	605	366025	632	399424	658	434281
552	304704	579	335241	606	367236	633	400689	659	435600
553	305809	580	335400	607	368449	634	401956	660	436921
554	307916	581	337561	608	369664	635	403225	661	438244
555	308825	582	338724	609	373881	636	404496	[illegible]	
556	309136	583	339889	610	372100	637	405769		

Et se perauuentura questa Tauola delle Radici quadrate, non fusse per le tue misure a bastanza, se si misurera la distantia della cosa con piedi, si potrà ridurre la misura de piedi a passi, o a cunne, & per questa via le radici sopra dette seruono a qual si uoglia lunghissimo modo di misurare. Potrassi ancora accrescere detta tauola (senza difficultà) in qual si voglia numero se ben volessi che fusse infinito. Ilche si farà in questo modo. Raddoppisi la radice dell'ultimo quadrato del quale si ha cognitione, et a questo numero aggiungasi vno 1. & tutto questo numero si aggiunga similmente allo ultimo quadrato, & ne verrà quel quadrato che segue, il quale si andaua cercando: come per esempio, l'ultimo quadrato di questa tauola é 438244. & la sua radice é 662. raddoppisi questa, & ce ne verrà 1324. se a questo numero si aggiunge vno 1. haremo 1325. & se si aggiugnerà questo numero al quadrato 438244. haremo 439569. la radice del quale sarà 663. Et si aggiugnerà a 1325. un' 2. & il medesimo sempre al numero che ce ne viene, & si aggiugnera questa differētia de numeri, a ciascuno dasperse de quadrati di sopra, ce ne resulterà senza maggior fatica il quadrato che segue, come per esempio, dallo aggiugnimento del 1325. al quadrato 438244. si cauò il quadrato 439569. se si aggiugnera al 1325. un 2. la differētia sarà 1327. aggiūghisi a questo ultimo quadrato 439569 & si harà il quadrato che segue, che sarà 440896. la qual cosa ci succedera ancora nel medesimo modo ne gli altri quadrati che seguiranno.

Regola delle tre cose, ouero quattro proportionali.

DAlla diciannouesima Proposta del nono di Euclide, si cauò vna regola come dati tre numeri si possi per loro ritrouare il quarto a loro proportionale, dalla quale si é cauata quella regola che

i Ma=

i Matematici chiamano Regola dorata delle quattro proportiona= li, la quale non sarà mai tanto lodata che basti. Questa regola da volgari è chiamata la Regola del tre, o vogliamo dire delle tre co= se, la inestimabile commodità della quale lasceremo giudicare a co= loro che si esercitano in maneggiare i numeri, o le matematiche, con= ciosia che infra le cose proportionali non pare che possa occorrere difi= cultà, o dubbio alcuno che non si leui subito via mediante il benefi= cio di questa regola.

Propostoci adunque quattro numeri proportionali infra di loro, che quel rispetto, o proportione che ha il primo al secondo, lo habbia ancora il terzo al quarto, se perauuentura auuerrà che ci sia ascosa la quantità di alcun di loro, ci sarà facile il ritrouarla mediante lo aiuto delli altri tre in questo modo. Siano i propostoci punti A B C D, *& come lo* A, *corrisponde al* B, *così corrisponda il* C, *al* D, *& sia un di loro del quale ci sia ascosa la sua quantità, come per esempio si di= ca che sia il* D, *che è lo vltimo, cioè il quarto per ordine, se noi vor= remo sapere quanto egli è, multiplichisi vno de numeri del mezo nel altro, come è il* B, *nel* C, *ouero il* C, *nel* B, *& quel che ce ne verrà partasi per il primo, cioè per la* A, *che è il primo delle estremità, o te= ste de detti numeri, et sapremo quanto sarà il quarto proportionale. Debbono veramente questi numeri essere talmẽte proposti, o espres si che il primo & il terzo conuenghino insieme quanto al fatto, & quanto al nome, & il secondo ancora similmente con il già trouato quarto. Come se* A, *sarà stata per modo di dire* 8, B 12. *&* C, 10. *la disputa, o dimanda si debbe formare in questo modo, se* 8. *mi dà* 12. *che mi darà* 10. *& ciò si intende delle medesime cose, ualute, o quan tità. Multiplichisi adunque* 12. *per* 10. *ouero* 10. *per* 12. *& ce ne verrà* 120. *ilche se noi diuideremo per* 8. *ce ne verrà* 15. *per par te che conuerranno quanto al fatto, & quanto al nome con esso* 12.

8. 12. 10. 15.
A—B. C—D

Et a questo 15. pare che con tal proportione corrisponda il 10. cō quale lo 8. corrisponde al 12. conciosia che l'una & l'altra corrisponde per sesquialtera, cioè per la metà. Adunque se 8. braccia di un panno propostoci vagliono 12 △, 10. braccia ne varranno 15. O se una propostaci ruota in 8. hore hara compito 12. delle sue reuolutioni, ella in 10. hore ne fara 15. ne altrimenti si ha a giudicare de gli altri numeri simili, & similmente propostici. Ma quando auuenisse che hauessimo notitia delli altri tre numeri, o termini, & che il primo, cioè lo A, ci fusse nascoso, & volessimo ritrouarlo per il beneficio del saper li altri, percioche i numeri proportionali infra di loro per un verso, sono ancora proportionali per lo altro, & in quel modo che corrisponde il D, al C, cosi corrisponde ancora il B, al A, però ponghinsi i numeri al contrario del modo di prima in questa forma,

15. 10. 12. 8.
D—C. B—A

dipoi tengasi nello operare quella regola che poco fa si è detta multiplicando B, per C, ouero C, per B, & diuidendo quel ce ne viene per il detto D, & questa diuisione ci dara il numero A, che andauamo cercando. Imperoche posto sopra delle lettere la detta corrispondentia de numeri, se 12. multiplicato per 10. ci dara 120. come prima, diuiso poi per 15. ci dara 8. per parte. Al quale 8. il 12. corrisponde in quella medesima proportione che fa il 15. al 10, conciosia che l'una & l'altra è sesquialtera, cioè per la metà piu.

Auuiene adunque il medesimo come che se il secondo numero si multiplicasse per il terzo, & il multiplicato si partissi per il primo. Ma bisogna riuoltare la proportione de termini in questo modo, & propor talmente la disputa, ouero dimanda, che il numero a noi incognito caschi sempre nel quarto luogo, & quanto poi al modo dell'operare non si ha da discostare dalla data regola generale.

Et quando auuenisse che uno de termini del mezo fusse quello che ci fusse nascoso, come è per modo di esempio il B, che quanto all'ordine,

l'ordine, è il termine, o numero secondo, bisogna anteporre la seconda proportione alla prima, cioè porre gli ultimi duoi termini verso la sinistra inanzi a primi, accioche il B, possa collocarsi nel quarto & ultimo luogo come mostra il presente disegno. Perciochese A, corrisponde al B, come il C, al D (si come presupon la regola) in quel la proportione adunque che corrisponde il C, al D, corrisponderà ancora la A, al B. Preparate in questo modo queste cose multiplichisi D, per A, cioè 15. per 8. ouero 8. per 15. & ce ne verrà di nuouo 120. il qual multiplicato diuiso per il C, cioè per 10. ci dara 12. per parte, ilche sarà la quantità del B, che andauamo cercando, & corrispondera lo 8. al 12. in quella proportione che fa il 10. al 15. cioè per sesquialtera, che vien ad essere per la metà.

10. 15. 8. 12.
C—D. A—B

Ma quando ultimamente auuenissi che hauessimo dibisogno di ritrouare il terzo termine, o numero quanto allo ordine, bisogna riuolgere & i termini, & le proportioni inanzi che si cominci ad operare secondo la regola generale, in quel modo che si disse che si osseruasse hauendo posto il terzo numero nel luogo del quarto, come mostra la presente figura.

12. 8. 15. 10.
B—A. D—C

Et replicando per maggior dichiaratione di tutte le cose dette, i numeri che da prima si son presi, multiplichisi il D, per la A, & diuidasi tal multiplicato per il B, ce ne verrà il C, percioche se si multiplichera il 15. per lo 8. & si partira per il 12. hauendoci dato 120. ci dara 10. per parte che sarà il C. Il medesimo si farà quando non haremo notitia di alcun numero del mezo, come che se si multiplicasse vno delli estremi, cioè posto nel principio, o nel fine per l'altro, & si diuidesse poi quel che ce ne venisse per vno di quelli del mezo che ci fusse noto. Ma auuenga che sia qual si voglia de numeri che ci sia nascoso, & che noi vogliamo sapere, si hanno sempre a riuolgere, & posporre i numeri che ci saranno noti, che quel che ci è nascoso

scoso possa porsi nell'ultimo luogo, o vogliamo dire sedia, per ritro=
uarlo mediante la regola generale, come si è detto di sopra.
Mediante il discorso, o vogliam dire la esamina de quattro passati
esempi, si puo facilmente vedere quanto sia indissolubile, & stretta
la fratellanza, ouero il legamento de detti quattro numeri proportio
nali, conciosia cosa che nõ hauendo notitia di vno di essi, & sia qual
di loro si voglia, si vede che si genera mediante lo aiuto de gli altri
tre che ci sono noti, & che non solamente il primo ha quel rispetto al
secondo, che il terzo al quarto, ma fra il primo & il terzo, è la mede
sima proportione che è fra il secondo & il quarto. Bisogna non=
dimeno auuertire che doue (fatta come habbiã detto la diuisione) ci
auanzasse alcun resto, che fusse minore del Partitore, bisogna ridur
lo in piu minuto numero, & ciò bisogna fare tante volte, che non ci
resti cosa alcuna della diuisione. Come per esempio se si comperas
se quattro libbre di zuchero 15. soldi, & noi volessimo sapere quan=
to si harebbono a comperar sette delle medesime libbre, bisogna mul
tiplicare 15. per 7. & ce ne verrà 105. ilche partito per 4. ci darà
26. per parte, & auanzeracci 1. hora perche un soldo vale 12. da=
nari, diuidasi quello 1. che ci rimase in 12. il qual 12. ridiuidasi di
nuouo per 4. & ce ne verrà 3. conchiudi adunque il desiderato nu=
mero 7. che viene ad essere il quarto del quale non haueuamo noti=
tia, si harà a comperare per soldi 26. danari 3. Dalche di nuouo
si caua, esso numero che primieramente si ha a diuidere, generato
dalla multiplication del secondo nel terzo, ouero dal terzo nel secõdo,
douersi risoluere in un numero minore tante uolte quante egli ci ac=
cadrà che sia minore del partitore, accioche ei si possa con esso diuide
re piu facilmente. Aggiungasi a questo che se alcuno de 3. nume
ri, de quali habbiam notitia fusse non solo di interi, ma di interi &
di rotti, bisogna ridurre detti interi tutti ad vna medesima sorte di
rotti,

rotti, prima che noi entriamo ſecondo la regola, alla operatione, con tale oſſeruatione nondimeno, che il primo & il terzo conuenghino nella reduzzione de loro interi. Come per eſempio ſe ci fuſſe propoſto una ruota che in quattro dì & quattro hore faceſſe cinque delle ſue intere reuolutioni, & voleſſimo ſapere quante reuolutioni ella farebbe in 10. *interi giorni. Riſoluinſi prima li quattro giorni in hore che ſaranno* 96. *perche ogni giorno è hore* 24. *& quattro ne haueuamo prima che fa* 100. *hora perche ei biſogna che il terzo numero (quanto allo ordine) conuenga con il primo quanto a fatti & quanto al nome, conuertinſi li* 10. *giorni in hore che ſaranno* 240. *multiplichiſi dipoi* 240. *per* 5. *et ce ne verrà* 1200. *ilche partito per* 100. *ci darà* 12. *il qual* 12. *ſarà il deſiderato numero delle reuolutioni che farà la ruota ne detti* 10. *giorni, & ſarà ancora come ſi puo conſiderare, il quarto numero quanto allo ordine del quale non haueuamo notitia alcuna.*

ERRORI OCCORSI NELLA STAMPA.

Foglio 2.b.versi 13.atto non si.leggi atto à non si.fo.3.a.b si ridiuiua leg.si ridiuida. f.4.metter un.F.alla linda.f.4.b.uer.27.l'altezza.leg.la lunghezza.fo.7.a.uer.2.si riguar dera leg.si riquadrerrà.f.9.b.uer.1.& la E F leg.& la A F.f.10.b.uer.4.non ci si possano leg. non ci possiamo.f.10.b.uer.13.accosteremo.leg.accosteremoci.f.11.una H nel dise gno.& I.fo.11.b.uer.5.si puo leg.si possono.fo.12.b.uer.1.A D E.leg.A D F. fog.18. b. uer.25.il caro leg.il razzo.fog.21.a.uer.4.misurare che:leggi.a.fog.21.a.uer.5.del G N leggi che il G N.fog.21.a.uer.20 spacio.leggi spazio & così leggerai per tutta la opera doue trouerrai spacio. fog.21. a. uer.25.trentaquartesima leg.trentaquattresima fo.25. a pie del ochi del misurante aggiũgasi.I. fog.26.b.18.regolo leg.regola. fogl.28.a. uer. 9.determinatore leg.denominatore.fog.28.b.uer.5.ancora a.leg. ancora ci auerrà. fo. 30.a uer.2.per 12.legge il 12.fog.41.ricorregger il quadrante con tirar il filo del piom bo & metter il D.doue è il B.fog.51.a.uer.14.la braccia leg.le braccia.fog.51.b. uer.1. braccia 15.leggi braccia.5.fog.52.b.uer.1. proportionallo.leg. proportionato. fogl.69. nella figura il C debbe esser un G.fog.70.H leggi sempre K per tutto. fog. 75. b. nella figura 93.un quinto.leg.93.tre quinti.& il.10.leggi.16.fog.79.b.nella facciata tutta do ue è il K.leggi.A.fog.80.b.fecundo leg.secondo.fog.81.a uer.1.all'indietro leg.allo in- dentro.fog.88.b.nella figura 248 un settimo.leg.248.quattro settimi.fo .89.a. nella fi- gura mettasi una F rincontro al D.fog.96.a.uer.23 a sguadra leg.a squadra.fog.99. non tinsi legg.notinsi uer.16.fog.99.uer.23.non tinsi leg.notinsi. fog.104. uer.6. pigherano leggi piglieranno.fog.105.uer.21.liquali leg.lequali.fog.110.uer.28.dal qual legg.da qual.fog.117.uer.11.detta leg.della. fog.124.b.uer.2.del centro. leggi dal centro.fog. 126.nella tauola il.63.ha adir.36.fog.126.uer.25.quadrali legg.quadrati. fog.129.b. uer. 23.tali legg tanti.fog.130.a.uer.8.5.30.84.16.legg.53084.16.

Noruegia

ticne fo. 144.

TAVOLA.

IN VENETIA,
Per Francesco Franceschi Sanese.
1564.